

BANCO DE GUATEMALA

Documentos de Trabajo

CENTRAL BANK OF GUATEMALA

Working Papers

No. 125

**ERRORES SISTEMÁTICOS EN LOS PRONÓSTICOS
DEL PANEL DE ANALISTAS PRIVADOS EN
GUATEMALA: ¿SON IRRACIONALES SUS
PRONÓSTICOS DE INFLACIÓN?***

Junio 2012

Autor:

Gustavo Antonio Leyva Jiménez

*Trabajo ganador del 1er. lugar, reconocimiento otorgado por el Jurado Calificador del Certamen Permanente de Investigación sobre Temas de Interés para la Banca Central Dr. Manuel Noriega Morales, Edición XXIII





BANCO DE GUATEMALA

La serie de Documentos de Trabajo del Banco de Guatemala es una publicación que divulga los trabajos de investigación económica realizados por el personal del Banco Central o por personas ajenas a la institución, bajo encargo de la misma. El propósito de esta serie de documentos es aportar investigación técnica sobre temas relevantes, tratando de presentar nuevos puntos de vista que sirvan de análisis y discusión. Los Documentos de Trabajo contienen conclusiones de carácter preliminar, las cuales están sujetas a modificación, de conformidad con el intercambio de ideas y de la retroalimentación que reciban los autores.

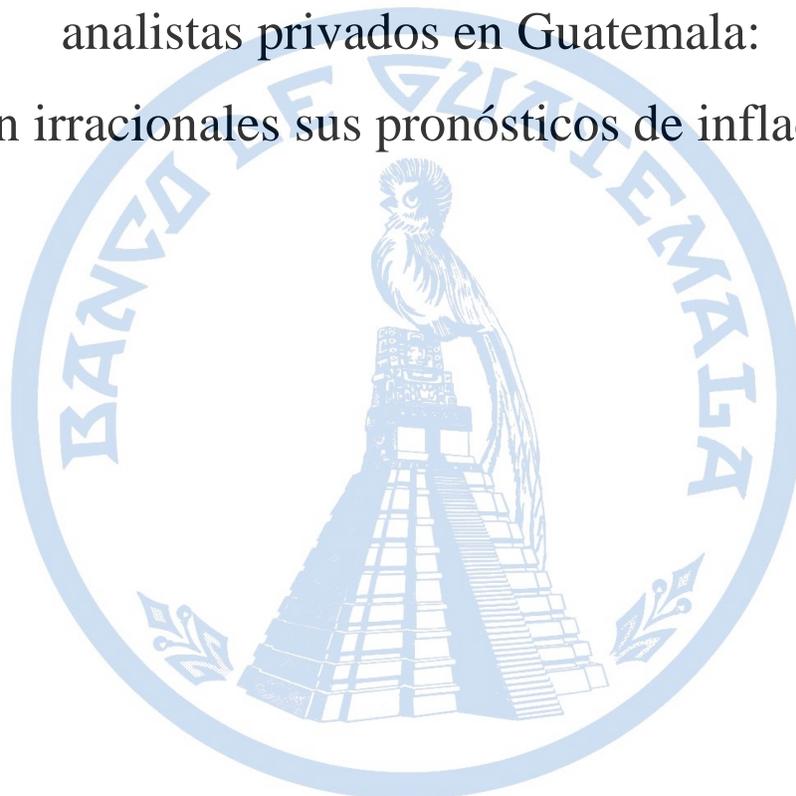
La publicación de Documentos de Trabajo no está sujeta a la aprobación previa de los miembros de la Junta Monetaria del Banco de Guatemala. Por lo tanto, la metodología, el análisis y las conclusiones que dichos documentos contengan son de exclusiva responsabilidad de sus autores y no necesariamente representan la opinión del Banco de Guatemala o de las autoridades de la institución.

*****©*****

The Central Bank of Guatemala Working Papers Series is a publication that contains economic research documents produced by the Central Bank staff or by external researchers, upon the Bank's request. The publication's purpose is to provide technical economic research about relevant topics, trying to present new points of view that can be used for analysis and discussion. Such working papers contain preliminary conclusions, which are subject to being modified according to the exchange of ideas, and to feedback provided to the authors.

The Central Bank of Guatemala Working Papers Series is not subject to previous approval by the Central Bank Board. Therefore, their methodologies, analysis and conclusions are of exclusive responsibility of their authors, and do not necessarily represent the opinion of either the Central Bank or its authorities.

Errores sistemáticos en los pronósticos del panel de
analistas privados en Guatemala:
¿Son irracionales sus pronósticos de inflación?



1. Introducción y motivación

El Banco de Guatemala publica mensualmente desde diciembre de 2003 los resultados de una encuesta de expectativas económicas dirigida a un grupo de analistas privados, locales e internacionales, recogiendo sus pronósticos de inflación para ciertos periodos adelante. Desde su primera publicación, la encuesta ha experimentado mejoras en su elaboración, permitiendo un mayor número de analistas encuestados, recabando información consistente de pronósticos de horizontes más largos hacia adelante, y reportando información parcial respecto de la distribución de estos pronósticos.

Este esfuerzo por hacer de la encuesta de expectativas económicas un instrumento cada vez más informativo es justificable. La información que se desprende de dicha encuesta es de suma importancia para la autoridad monetaria, considerando que desde el año 2005 el Banco de Guatemala ha seguido un régimen de metas de inflación. Bajo este régimen monetario, el Banco de Guatemala se compromete a mantener la inflación en un rango preestablecido a un horizonte dado de política, tomando las acciones necesarias, principalmente a través del control de una tasa de interés de corto plazo, para cumplir dicho objetivo. Ciertamente, dado que la política monetaria afecta a la economía con rezagos, es necesario contar con una medida de la inflación que esperan los agentes privados en el corto y largo plazos, con el fin de monitorear el grado de anclaje de estas expectativas en relación a la meta inflacionaria y tomar acciones con la requerida antelación. Precisamente, la encuesta de expectativas económicas al panel de analistas privados cumple este rol.¹

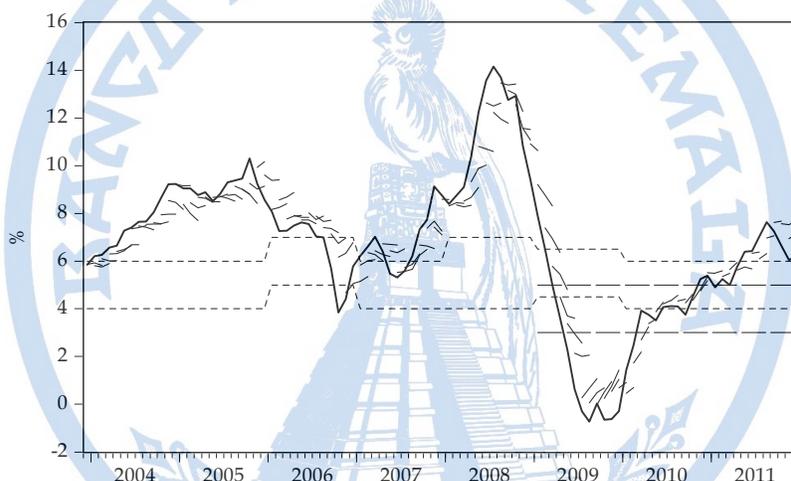
Siendo la encuesta de expectativas económicas una fuente de información valiosa para la política monetaria del Banco de Guatemala, resulta válido preguntarse cuán bien los analistas privados han pronosticado la serie de inflación. Con fines ilustrativos, considere la siguiente figura que muestra la serie de inflación y las proyecciones de uno, dos y tres meses adelante entre diciembre de 2003 y diciembre de 2011. Una lectura cuidadosa de la figura revela que existen periodos muy marcados donde los analistas privados cometen errores de pronóstico de manera sistemática. Por ejemplo, entre enero de 2004 y octubre de 2005 los analistas privados subestiman casi sistemáticamente la inflación observada – con excepción de los meses de mayo, enero y

¹ Los pronósticos contenidos en dicha encuesta son además considerados, desde el año 2004, como una de las variables indicativas que toma en cuenta el Banco de Guatemala para el seguimiento de su política monetaria. Véase por ejemplo Banco de Guatemala (2011).

febrero de 2005 en horizontes de predicción de uno, dos y tres meses, respectivamente. Similar comportamiento se observa entre diciembre de 2006 y octubre de 2008. Asimismo, los analistas privados sobreestiman la inflación observada todos los meses entre noviembre de 2005 y noviembre de 2006 y en el periodo comprendido entre noviembre de 2008 y diciembre de 2009. Esta primera observación es sorprendente toda vez que los errores de pronóstico no son corregidos sino hasta después de uno o dos años. Así, en relación a la pregunta inicial y preliminarmente, la figura 1 sugeriría que los analistas privados podrían haberlo hecho mucho mejor.

Figura 1. Inflación observada y pronósticos de inflación de uno, dos y tres meses adelante.

Metas de inflación anuales (- - -) y de mediano plazo (- -)



Fuente: Banco de Guatemala.

Nota: La inflación observada es presentada en línea sólida. Las líneas cortas que acompañan a la serie de inflación tienen la siguiente interpretación. El primer dato de cada línea corresponde al pronóstico de un mes adelante construido con información al periodo $t-1$. Los siguientes dos datos - cuando están disponibles - corresponden a pronósticos de dos y tres meses adelante formados con información al periodo $t-1$.

El análisis tradicional sobre el carácter óptimo de los pronósticos busca detectar patrones en los errores como los encontrados en el análisis previo. Diebold y Lopez (1996) describen un conjunto de requisitos que los pronósticos deben cumplir para ser considerados “buenos”, óptimos, racionales o eficientes.² Primero, los

² En adelante estos adjetivos son utilizados indistintamente. El concepto de racionalidad guarda relación con lo establecido en Muth (1961).

pronósticos deben ser insesgados. Segundo, los errores deben estar autocorrelacionados hasta un orden $(h-1)$ para un horizonte de predicción h . Finalmente, la varianza de los errores de pronóstico debe disminuir con el arribo de nueva información. Este análisis tradicional supone que la función de pérdida de los agentes es simétrica. Como ejemplo, considere el error cuadrático medio (ECM), que es una de las funciones de pérdida comúnmente utilizadas en la evaluación de pronósticos.

Sin embargo, es conocido, gracias a las contribuciones de Granger (1969), Zellner (1986), Christoffersen y Diebold (1997), Elliott *et al.* (2005) y Patton y Timmermann (2007b), que funciones de pérdida asimétricas pueden producir errores de pronóstico con propiedades que desde el punto de vista tradicional son consideradas poco deseables, como por ejemplo, errores de pronóstico sesgados (Capistrán (2008) y Elliott *et al.* (2008)). Permitir que las funciones de pérdida sean asimétricas tiene importantes implicancias prácticas. En ciertos casos, puede ser razonable que los costos de sobreestimar y de subestimar la variable de interés sean distintos. En el contexto de nuestro ejemplo, ello podría deberse a un temor a equivocarse que sea dependiente del curso de la inflación observada. De la figura 1 es claro que los analistas privados tienden a subestimar la inflación en tiempos de repunte inflacionario mientras que suelen sobreestimar la inflación en tiempos de desinflación. Se podría argüir que este comportamiento se debe a una actitud conservadora frente a los riesgos de sobreestimar una tendencia alcista en la inflación o de subestimar una tendencia desinflacionaria. De esta manera, la aparente ausencia de racionalidad en los pronósticos de los analistas privados puede tener una explicación alternativa basada en la forma de su función de pérdida. Por lo tanto, resultaría prematuro juzgar la racionalidad de pronósticos de inflación sin antes conocer o aproximar la función de pérdida implícita de los analistas.

En este trabajo se evalúa la optimalidad de los pronósticos de inflación de h periodos adelante, con $h = 1, 2$ y 3 meses, de los analistas privados consultados en la encuesta de expectativas económicas considerando supuestos y aproximaciones suficientemente flexibles de su función de pérdida. A partir de estas pruebas es posible determinar si la aparente ausencia de optimalidad en los errores de pronóstico es robusta a la forma de la función de pérdida – es decir, los pronósticos son en realidad ineficientes – o si son producto exclusivamente de una función de pérdida asimétrica. Se puede argüir que este análisis cobraría mayor relevancia si se aplicara

a pronósticos de horizontes de predicción más largos, que son los que más guardan relación con el horizonte de política monetaria y las metas de mediano plazo del Banco de Guatemala, las cuales son establecidas para horizontes mayores a un año.³ Lamentablemente, la información de los pronósticos de 12 y 24 meses adelante es publicada recién desde enero de 2010 restringiendo cualquier análisis econométrico debido a la muestra pequeña. No obstante esta preocupación válida, se considera que la pregunta que se intenta responder en este documento es relevante incluso para pronósticos de corto plazo. Por un lado, los pronósticos de corto plazo pueden ser muy informativos en tiempos en que la inflación se desvíe de la meta inflacionaria y probablemente las expectativas de mayor plazo hacia adelante no estén ancladas a la meta. Para Guatemala, que ha experimentado desvíos de su meta recurrentemente, esto es particularmente importante (véase figura 1). Por otro lado, con el análisis conjunto de pronósticos de uno, dos y tres meses adelante puede resultar más fácil diferenciar entre sorpresas o tendencias inflacionarias en las percepciones de los analistas privados que si se analizara sólo uno de estos pronósticos aisladamente. Ciertamente, el banco central estaría más interesado en tendencias que sorpresas para su toma de decisiones de política monetaria. En este sentido, el análisis conjunto de los tres pronósticos adquiere especial interés.

La distinción entre ausencia de optimalidad y presencia de asimetrías en la función de pérdida de los analistas privados puede ser importante en la práctica para el Banco de Guatemala. Dado que los pronósticos de inflación de los analistas privados son un insumo para la ejecución de la política monetaria, es claro que la evidencia a favor de cualquiera de las dos hipótesis debe llamar la atención respecto a la correcta interpretación de los pronósticos contenidos en la encuesta, lo que a su vez, demanda distintas reacciones de política que adviertan las propiedades de tales pronósticos. Así, si existe evidencia en favor de la primera hipótesis, el Banco de Guatemala debería proponer mecanismos operativos en la elaboración de la encuesta que busquen que los analistas privados tengan la información e incentivos necesarios para producir buenos pronósticos. En cambio, si la segunda hipótesis tiene mayor soporte estadístico que la primera, el Banco de Guatemala deberá tener en cuenta la función de pérdida de los analistas privados a la hora de utilizar sus pronósticos de inflación.

³ La primera meta de mediano plazo fue establecida en el año 2008 para un periodo de 5 años de convergencia, contando a partir del 2009 (Banco de Guatemala, 2008b). La vigencia de esta meta de inflación es actualizada a medida que pasa el tiempo. Así, en Banco de Guatemala (2011) se recuerda que la meta de inflación de mediano plazo, establecida en el 2008, rige a partir del 2013, es decir, para un periodo restante de 2 años de convergencia.

Por ejemplo, si los pronósticos generados con función de pérdida asimétrica son sesgados, el Banco de Guatemala podría estimar este sesgo y utilizarlo para corregir los pronósticos en análisis posteriores.

El documento está estructurado de la siguiente manera. En la segunda sección se describe la encuesta de expectativas económicas, poniendo énfasis en la cronología de cambios que ha experimentado en relación a los pronósticos de inflación. En la tercera sección se lleva a cabo un análisis preliminar de la optimalidad de los pronósticos de inflación asumiendo que la función de pérdida de los analistas privados es simétrica, revisando para ello los requisitos de Diebold y Lopez (1996). En la cuarta sección se utiliza el enfoque de Patton y Timmermann (2007a) que busca probar la hipótesis de optimalidad de los pronósticos imponiendo leves restricciones sobre el verdadero proceso generador de datos (PGD) de la inflación. En la sección 5 se evalúa la optimalidad de los pronósticos bajo aproximaciones suficientemente flexibles de la función de pérdida de los analistas. La última sección concluye y discute algunas recomendaciones a la luz de los resultados.

2. La encuesta de expectativas económicas

En línea con la práctica de los bancos centrales que operan bajo un régimen de metas de inflación, el Banco de Guatemala elabora mensualmente una encuesta de expectativas económicas dirigida a un panel de analistas privados, nacionales e internacionales, recogiendo sus pronósticos para distintos horizontes de predicción sobre variables de interés para la política monetaria. La encuesta contiene los valores promedio de los pronósticos de inflación y del crecimiento del producto bruto interno de cada uno de los analistas encuestados.⁴

El Banco de Guatemala publica los resultados de esta encuesta desde diciembre de 2003. Desde entonces, la encuesta ha experimentado cambios favorables, permitiendo la publicación de pronósticos con plazos más largos hacia adelante y de la información que sustenta los pronósticos de inflación y la interpretación de los mismos.

⁴ La primera encuesta de expectativas fue respondida por 9 analistas. A partir del 2005 la información sobre el número de analistas consultados no es mostrada en la encuesta. Sin embargo, en Banco de Guatemala (2008a) se sugiere que este número se habría incrementado.

En el primer año de vigencia de la encuesta se reporta pronósticos de inflación para el mes en el que se realiza la encuesta, los dos meses siguientes, y para la inflación de fin de periodo del año en curso. En este documento, el primer pronóstico es interpretado como un pronóstico de un periodo adelante, aunque valores particulares de este sean consultados durante la segunda, tercera y/o cuarta semanas del mes en curso.⁵ Con esta convención, las proyecciones de los dos meses siguientes corresponden a pronósticos de dos y tres periodos adelante, respectivamente. Posteriormente, con la implementación formal del esquema de metas de inflación en el año 2005, se incluye el pronóstico de inflación de fin de periodo del siguiente año como variable adicional a ser reportada. Recientemente, se han incluido pronósticos de inflación a plazos más largos, que guardan estrecha relación con el horizonte de política monetaria y las metas de mediano plazo del banco central. Así, desde enero de 2010 se reporta de manera consistente pronósticos de inflación de 12 y 24 meses adelante.

Adicionalmente, a partir del año 2007 se les pide a los analistas privados que indiquen los factores internos y externos que sustentan sus pronósticos de inflación de fin de periodo del año en curso. Este requerimiento es muy importante ya que por un lado los analistas privados se ven obligados a reportar pronósticos con cierto fundamento económico, lo que podría redundar en una mejor calidad de los pronósticos y, por otro lado, le permite al Banco de Guatemala monitorear lo que a juicio de los analistas privados son los factores más importantes para entender el curso futuro de la inflación. Entre los factores internos se cita comúnmente a los precios de los combustibles, el desempeño de las políticas fiscal y monetaria, el tipo de cambio y las condiciones estacionales y climáticas, y entre los factores externos se encuentran los precios de las materias primas y el precio internacional del petróleo. El listado de estos factores es además acompañado de estimaciones de los porcentajes de sus contribuciones a la inflación total proyectada.

Finalmente, la encuesta de expectativas ha avanzado en mejorar los aspectos comunicacionales ligados a la interpretación de los pronósticos. En efecto, desde junio de 2009 los pronósticos de un mes adelante y de fin de periodo del año en curso y del siguiente año son reportados junto con intervalos de confianza. Ciertamente, es deseable reportar los pronósticos con medidas de incertidumbre que den cuenta no solo del desconocimiento

⁵ Este supuesto no parece fuerte dado que durante la segunda, tercera y/o cuartas semanas de un determinado mes difícilmente se tenga información sobre variables de interés del mes en curso. Por ello, parece razonable asumir para propósitos prácticos que estos pronósticos corresponden a proyecciones de un periodo adelante, es decir, con información al mes anterior.

natural del futuro sino también del conocimiento imperfecto en torno al verdadero proceso estocástico que sigue la inflación y al modelo y métodos usados para predecirla.

3. Análisis convencional de optimalidad de pronósticos

En esta sección se lleva a cabo un análisis preliminar de los pronósticos de inflación de los analistas privados, usando pruebas de optimalidad que son ampliamente utilizadas en la literatura de evaluación de pronósticos. El supuesto implícito que valida el uso de estas pruebas es que las preferencias de los analistas están caracterizadas por funciones de pérdida simétricas. Teóricamente, los pronósticos pueden ser entendidos como producto de un problema de optimización. El analista enfrenta el problema de encontrar el pronóstico (óptimo) que minimice el valor esperado, formado sobre cierto conjunto de información, de su función de pérdida.⁶ Formalmente, el analista resuelve:⁷

$$\min_y E[L(y_{t+h}, \hat{y}_{t+h}) | \Omega_t] = \min_y E_t[L(y_{t+h}, \hat{y}_{t+h})]$$

donde E es el operador de esperanza matemática, Ω_t representa el conjunto de información acumulado al periodo t , L es la función de pérdida del analista, y es la variable de interés, \hat{y} es el valor pronosticado de esta variable, y h es el horizonte de predicción. Una función de pérdida típica es el error cuadrático, en cuyo caso:

$$L(y_{t+h}, \hat{y}_{t+h}) = c (y_{t+h} - \hat{y}_{t+h})^2 = c e_{t+h}^2 \quad \dots(1)$$

⁶ Dado que no se cuenta con información de los pronósticos de cada analista encuestado, se asume que es suficiente caracterizar el comportamiento del analista privado representativo (promedio) para entender las propiedades de optimalidad de los pronósticos agregados (promedio).

⁷ Se puede demostrar que este problema puede ser entendido como uno de teoría de decisiones. En particular, se puede demostrar que la función de pérdida L puede ser escrita como el negativo de la función de utilidad del analista que depende de la variable de interés y de su pronóstico. Véase Granger y Machina (2006). Los autores derivan este resultado para los casos de una función de pérdida cuadrática y de una función de pérdida – asimétrica – que depende del nivel de la variable de interés.

donde c es un parámetro positivo y e es el error de pronóstico. Nótese que debido a la simetría de la función L , en (1) se está asumiendo implícitamente que es igual de costoso sobreestimar y subestimar la variable de interés. Bajo estos supuestos, es directo ver que el pronóstico óptimo es igual a la media condicional de esta variable:

$$y_{t+h}^* = E_t(y_{t+h})$$

que resulta de resolver la condición de primer orden:

$$E_t\left(\frac{\partial L(y_{t+h}, \hat{y}_{t+h})}{\partial \hat{y}_{t+h}}\right) = 0$$

En este contexto, Diebold y Lopez (1996) establecen las siguientes propiedades que conjuntamente caracterizan a los pronósticos óptimos:⁸

1. Los pronósticos óptimos son insesgados, es decir, se cumple que $E_t(y_{t+h} - \hat{y}_{t+h}^*) = 0$. Dicho de otro modo, el promedio de los errores de pronóstico es cero.
2. Errores de pronósticos h periodos adelante exhiben un orden de autocorrelación $(h-1)$.
3. La varianza incondicional de los errores de pronóstico es no decreciente en el horizonte de predicción. Esta propiedad simplemente establece que la varianza de los errores de pronóstico debe disminuir con el arribo de nueva información.

El análisis de esta sección es en efecto preliminar dado que no se conoce la función de pérdida de los analistas privados y, más bien, se asume que la función de pérdida es como en (1), es decir, solo dependiente del error de pronóstico y simétrica. Sin embargo, este análisis se realiza voluntariamente por dos razones. Primero, es el enfoque que ha sido adoptado ampliamente en la literatura empírica de evaluación de pronósticos. Segundo, la comparación de los resultados de esta sección y los obtenidos asumiendo funciones de pérdida flexibles puede arrojar luces en la práctica respecto del carácter restrictivo y quizás desacertado del primer enfoque.

⁸ Estas propiedades son discutidas formalmente en Diebold y Lopez (1996) y Patton y Timmermann (2007b).

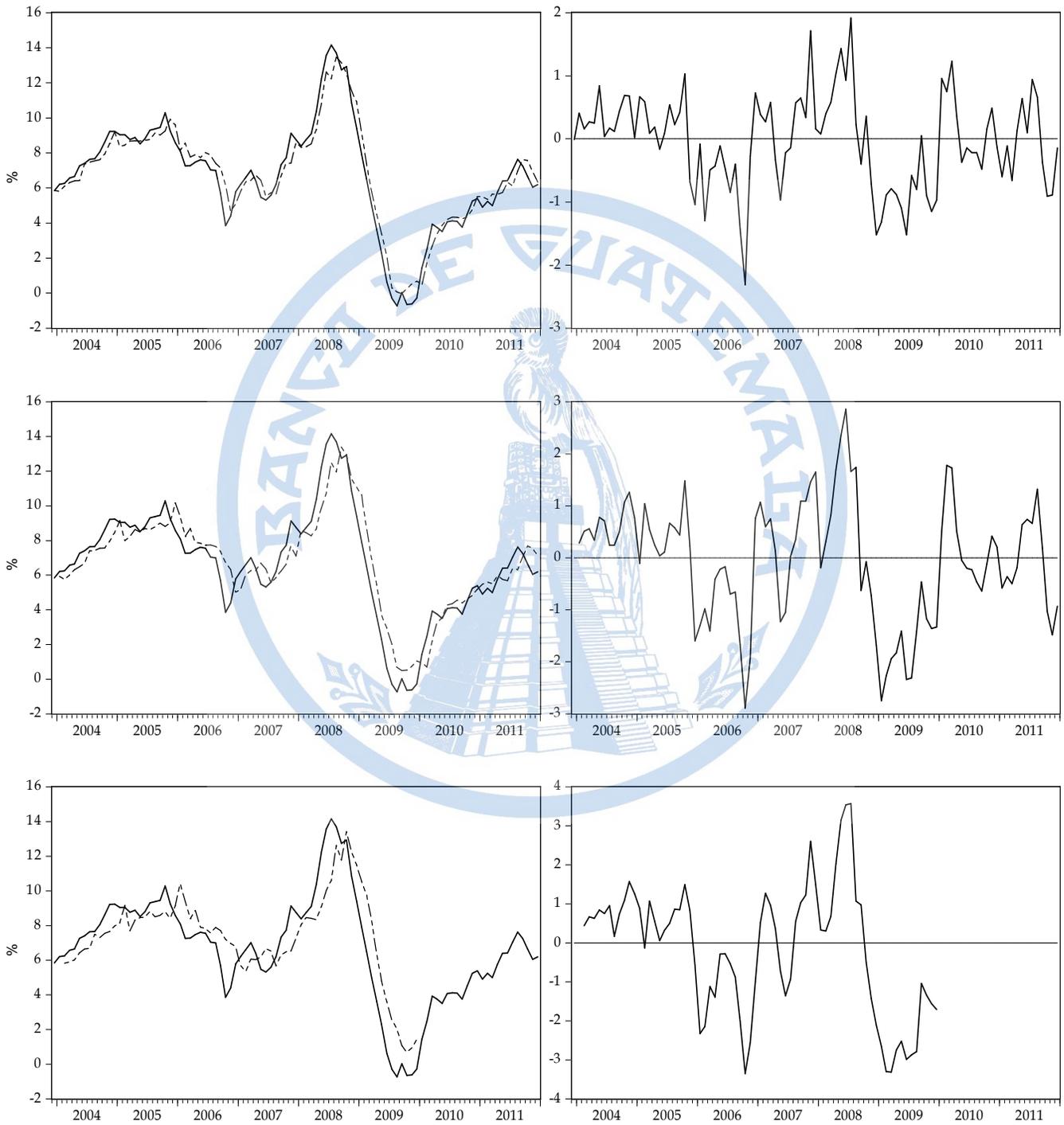
Los datos utilizados corresponden a observaciones mensuales de la inflación de precios al consumidor, medida como la variación de doce meses del índice general de precios, y los pronósticos de uno, dos y tres meses adelante de los analistas privados. La muestra comprende el periodo que va de diciembre de 2003 a diciembre de 2011. La serie del pronóstico de tres meses adelante merece un comentario aparte. Lamentablemente, se dispone de una menor cantidad de datos para esta serie. Por un lado, este pronóstico se dejó de publicar mensualmente desde enero de 2010. Por otro lado, entre febrero de 2004 y diciembre de 2009 hay algunos periodos de un mes o dos meses en los cuales los datos de esta variable no aparecen reportados. Para lidiar con este último inconveniente se decide interpolar los datos faltantes usando polinomios de Lagrange. El apéndice A.1 contiene detalles sobre el procedimiento utilizado. A continuación, se evalúa si las propiedades sugeridas por Diebold y Lopez (1996) caracterizan a los pronósticos de inflación de los analistas privados en Guatemala.

3.1. ¿Son insesgados los pronósticos de inflación?

Los pronósticos de inflación y los errores asociados son presentados en la figura 2, según horizonte de predicción h . Existe un rasgo en la figura que es común a todos los pronósticos que llama poderosamente la atención. La figura revela que los analistas privados han cometido errores sistemáticos de predicción entre los años 2004 y 2009. De hecho, lo sorprendente es que los errores no se corrigen – no se toma en cuenta en las predicciones posteriores el haber sobreestimado o subestimado la inflación en el pasado – sino hasta después de uno o dos años. Específicamente, entre enero de 2004 y octubre de 2005 los analistas privados subestiman la inflación observada – cometen errores positivos – casi sistemáticamente, con excepción de los meses de mayo, enero y febrero de 2005 en horizontes de uno, dos y tres meses, respectivamente; y se observa un comportamiento similar entre diciembre de 2006 y octubre de 2008.

Asimismo, los analistas privados sobreestiman la inflación observada – cometen errores negativos – todos los meses entre noviembre de 2005 y noviembre de 2006 y en el periodo comprendido entre noviembre de 2008 y diciembre de 2009. Después de esta fecha, no se observan patrones similares.

**Figura 2. Inflación (—) y pronósticos de inflación (- - -) (izquierda),
y errores de pronóstico (derecha)
($h=1$: superior, $h=2$: centro, $h=3$: inferior)**



Una manera de cuantificar el patrón sistemático observado en los errores de predicción es estimar el sesgo de los pronósticos, calculado como el promedio muestral de los errores. La figura 2 sugiere que el cálculo de este promedio usando toda la muestra no es recomendable ya que los patrones de sobreestimación y subestimación de la inflación observada podrían en un caso extremo cancelarse, sugiriendo equivocadamente que los pronósticos son insesgados cuando no lo son. Los resultados del cálculo del sesgo por subperiodos son reportados en el cuadro 1.

**Cuadro 1. Sesgo de los pronósticos h meses adelante por subperiodos
(En puntos porcentuales)**

	Pronóstico 1 periodo adelante ($h=1$)	Pronóstico 2 periodos adelante ($h=2$)	Pronóstico 3 periodos adelante ($h=3$)
<i>Periodos de subestimación:</i>			
<i>Ene-2004 - Oct-2005</i>	0.35	0.56	0.74
<i>No. observaciones</i>	22	22	21
<i>Dic-2006 - Oct-2008</i>	0.45	0.75	0.92
<i>No. observaciones</i>	23	23	23
<i>promedio valor absoluto (1)</i>	0.40	0.66	0.83
<i>Periodos de sobreestimación:</i>			
<i>Nov-2005 - Nov-2006</i>	-0.76	-1.05	-1.28
<i>No. observaciones</i>	13	13	13
<i>Nov-2008 - Dic-2009</i>	-0.93	-1.64	-2.31
<i>No. observaciones</i>	14	14	14
<i>promedio valor absoluto (2)</i>	0.85	1.35	1.80
<i>razón (2)/(1)</i>	2.11	2.05	2.16
<i>Muestra completa</i>			
<i>Dic-2003 - Dic-2011</i>	-0.04	-0.05	-0.17
<i>No. observaciones</i>	97	96	71

Si bien la elección de los subperiodos se basa solamente es una inspección visual, el cuadro 1 revela la utilidad del análisis desagregado. Sin evidencia preliminar de los patrones discutidos previamente, el cálculo del error promedio para la muestra completa conduciría a conclusiones equivocadas. En efecto, los sesgos calculados para los tres pronósticos son despreciables numéricamente y, también, económicamente (véase penúltima línea

del cuadro 1). Incluso, el sesgo calculado para el pronóstico de mayor horizonte de predicción, igual a -0.17 puntos porcentuales, es pequeño para ser considerado relevante.

Sin embargo, la lectura del cuadro 1 teniendo en cuenta el cálculo desagregado por subperiodos sugiere resultados diametralmente distintos. A diferencia de los sesgos estimados con la muestra completa, las magnitudes calculadas por subperiodos podrían ser importantes para la autoridad monetaria. Así, para el primer periodo de subestimación el sesgo estimado es de 0.35, 0.56 y 0.74 puntos porcentuales para los pronósticos de uno, dos y tres meses adelante, respectivamente. Como es esperable, el sesgo se incrementa a medida que el horizonte de predicción aumenta, patrón que se repite en los sesgos estimados para el resto de subperiodos. Estos valores corresponden a los sesgos de menor magnitud en valor absoluto entre todos los reportados. El segundo periodo de sobreestimación que comprende los meses entre noviembre de 2008 y diciembre de 2009 presenta los máximos sesgos estimados en valor absoluto. Así, el sesgo asociado a los pronósticos de un mes adelante es de -0.93 puntos porcentuales, casi un punto porcentual, equivalente al margen de tolerancia de la meta de inflación del Banco de Guatemala, mientras que los pronósticos de dos y tres meses adelante exhiben sesgos incluso de mayor magnitud, del orden de -1.64 y -2.31 puntos porcentuales, respectivamente. Este último sesgo es mayor al tamaño del rango establecido dentro del cual se permite que la inflación fluctúe en la actualidad.⁹ El cuadro también sugiere que aunque la fracción observada de errores positivos y negativos es casi la misma, en promedio el sesgo de sobreestimación equivale al doble de la magnitud del sesgo de subestimación. Usando la muestra completa, la fracción de errores negativos es 47% para los pronósticos de uno y dos meses adelante, y 45% para el pronóstico de tres meses adelante.

Hasta ahora, el análisis, aunque informal, ha resultado útil para entender parcialmente la naturaleza de los pronósticos de inflación de los analistas privados en Guatemala. En efecto, se ha mostrado evidencia de pronósticos generados con sesgo que desde el punto de vista económico son de magnitud importante. A continuación, se complementa el análisis anterior apelando a pruebas econométricas para examinar si el sesgo en los pronósticos es estadísticamente significativo.

⁹ La meta de inflación establecida para el año 2012 es de 4.5% +/- 1 punto porcentual según Banco de Guatemala (2011).

La presencia de sesgo en los pronósticos es comúnmente probada estimando una regresión entre los datos realizados y pronosticados de la variable de interés. Mincer y Zarnowitz (1969) proponen probar la hipótesis nula de pronósticos insesgados en el contexto de la siguiente regresión:¹⁰

$$y_{t+h} = a + b \hat{y}_{t+h} + u_{t+h} \quad \dots(2)$$

donde y_t es la inflación observada, \hat{y}_t denota el pronóstico de inflación y u_t es un término de error con media cero. Bajo la hipótesis nula, la restricción conjunta es $a = 0$ y $b = 1$, que puede ser verificada estadísticamente usando una prueba F típica. Bajo la hipótesis nula es fácil ver que la ecuación (2) equivale a:

$$y_{t+h} - \hat{y}_{t+h} = e_{t+h} = u_{t+h} \quad \dots(3)$$

donde es claro que bajo la hipótesis nula los errores de pronóstico tienen las propiedades del error de regresión.¹¹ La figura 3 sugiere que para la muestra completa pareciera que es fácil no rechazar la hipótesis nula de pronósticos insesgados. Nótese la cercanía entre la línea de 45 grados y la línea de regresión (2) estimada por mínimos cuadrados ordinarios (MCO). De hecho, el p -value asociado a la prueba F es 0.513, 0.890, y 0.711 para los pronósticos de uno, dos y tres meses adelante, respectivamente (véase última línea del cuadro 2), no existiendo por lo tanto, a niveles usuales de significancia, suficiente evidencia estadística en contra de la hipótesis nula. Este resultado es consistente con el tamaño del sesgo calculado al principio de esta sección utilizando la muestra completa, dando la impresión de que los pronósticos son insesgados.

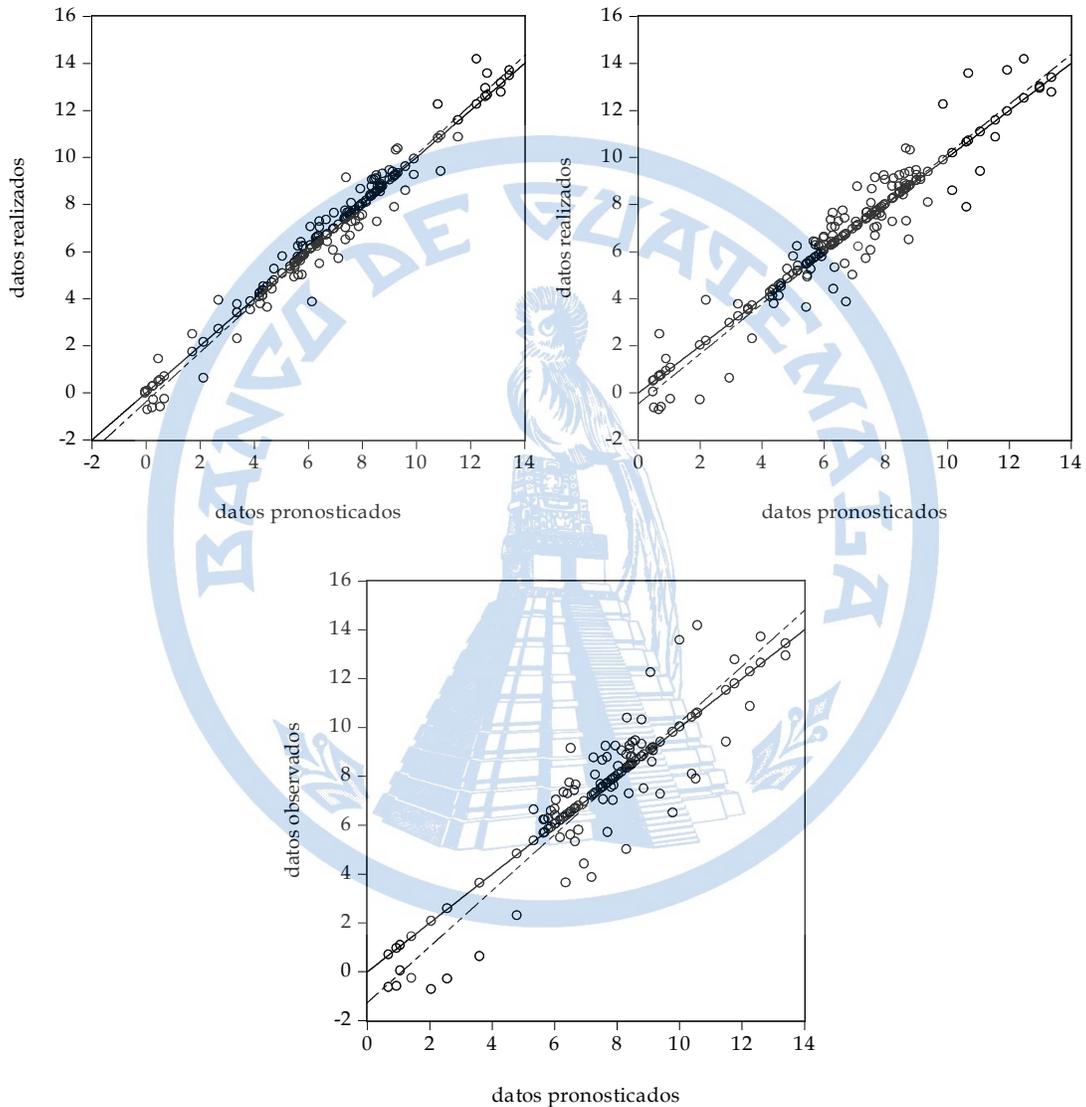
Los resultados del análisis previo por periodos dan cuenta de la posibilidad que la regresión (2) presente quiebres estructurales en los parámetros a y b . En lo que sigue, en vez de elegir arbitrariamente los

¹⁰ Esta regresión, conocida como la regresión de Mincer y Zarnowitz, es utilizada incluso en publicaciones recientes como en Timmermann (2006) y Patton y Timmermann (2007a). Esta regresión puede ser vista alternativamente como una de eficiencia – y no solo de sesgo – débil (Timmermann (2006)). Pruebas de eficiencia fuertes incluyen, además de la variable de interés, otras variables de conocimiento público o privado que utilizan los analistas para construir sus pronósticos. En la sección 4 se considera pruebas de optimalidad con un conjunto más amplio de información.

¹¹ Así, el error de la regresión (2) se comportará como ruido blanco para pronósticos de un periodo adelante, pero estará autocorrelacionado para horizontes de predicción mayores que uno, en línea con las propiedades de Diebold y Lopez (1996). Esto significa que para hacer inferencia es recomendable el uso de matrices de covarianzas consistentes con la presencia de autocorrelación.

subperiodos, se examina la presencia de quiebres estructurales por medio de las pruebas de Bai y Perron (1998, 2003), cuyo atractivo radica en el hecho que quiebres múltiples son determinados endógenamente.

Figura 3. Inflación realizada y pronosticada (%), línea de 45 grados (—) y línea de regresión por MCO (---) ($h=1$: izquierda, $h=2$: derecha, $h=3$: inferior)



La evidencia de las pruebas propuestas por Bai y Perron (1998, 2003) son consistentes con la presencia de al menos un quiebre estructural en la ecuación (2) para los tres pronósticos de inflación. En el cuadro 2 las dos pruebas utilizadas – asociadas a los estadísticos UD_{max} y WD_{max} – coinciden en mostrar evidencia al

respecto, a niveles de significancia usuales. Estas pruebas necesitan especificar un número máximo de quiebres, que debido al tamaño de la muestra, es establecido igual a 3. Para determinar el número de quiebres se sigue el procedimiento secuencial discutido en Bai y Perron (2003). Luego de haber probado la presencia de al menos un quiebre estructural, los autores recomiendan la aplicación de pruebas de hipótesis secuenciales. Primero se prueba la hipótesis nula de existencia de un solo quiebre contra la hipótesis alternativa de existencia de dos quiebres. Si la hipótesis nula es rechazada, se procede a contrastar las hipótesis de dos quiebres contra la de tres quiebres, y así sucesivamente, hasta encontrar evidencia suficiente como para no rechazar alguna de las hipótesis nulas.

Cuadro 2. Regresión de Mincer y Zarnowitz y quiebres estructurales

	nivel de significancia	valor crítico	horizonte de predicción		
			h=1	h=2	h=3
¿Hay o no quiebres?			si	si	si
estadístico UDmax	10%	9.66	837.09	106547.63	501614.48
	5%	11.16	837.09	106547.63	501614.48
	1%	14.92	837.09	106547.63	501614.48
estadístico WDmax	10%	10.46	1219.83	155264.59	730968.54
	5%	12.15	1289.09	164080.37	772472.23
	1%	16.52	1395.45	177619.07	836210.96
¿Cuántos quiebres hay?			1	1	1
F(2 1)	10%	9.37	2.1387	0.0029	0.0002
	5%	10.98	2.1387	0.0029	0.0002
	1%	14.92	2.1387	0.0029	0.0002
¿Cuándo ocurren los quiebres?			dic-09	ago-08	oct-08
Regresiones de Mincer y Zarnowitz Ho: a=0 y b=1					
Primer régimen					
estadístico F			3.390	0.424	0.138
p-value			0.039	0.657	0.872
Segundo régimen					
estadístico F			2.704	0.651	21.749
p-value			0.089	0.527	0.000
<u>Memo:</u>					
Muestra completa					
estadístico F			0.672	0.117	0.343
p-value			0.513	0.890	0.711

Nota: Los *p*-values y estadísticos presentados en este cuadro son calculados sobre la base de errores estándar consistentes con la presencia de autocorrelación, usando el procedimiento descrito en Andrews (1991) y Andrews y Monahan (1992). Se utiliza el ancho de banda automático de Andrews (1991) basado en una aproximación AR(1) y el kernel Quadratic Spectral. Los residuos son pre-blanqueados con un AR(1) siguiendo a Andrews y Monahan (1992).

En nuestro caso, el procedimiento secuencial es sencillo ya que la primera hipótesis nula no puede ser rechazada a niveles de significancia usuales. Por ello, solo se reporta el estadístico asociado $F(2|1)$, que representa al estadístico F de la prueba de la hipótesis nula de un quiebre contra la de dos quiebres. Los estadísticos desarrollados por Bai y Perron (1998, 2003) no tienen distribución estándar, razón por la cual se presentan los estadísticos calculados y los respectivos valores críticos.

Los quiebres encontrados en cada una de las regresiones de Mincer y Zarnowitz asociadas a los tres pronósticos de inflación coinciden con fines de los años 2008 y 2009. El quiebre en la regresión de los pronósticos de un mes adelante es encontrado en diciembre de 2009, mientras que los quiebres encontrados en las regresiones de dos y tres meses adelante corresponden a agosto y octubre de 2008, respectivamente. Esto evidencia que la relación entre los datos observados y pronosticados de inflación habría cambiado en esas fechas, invalidando por lo tanto la regresión de (2) basada en la muestra completa. Para entender este resultado puede ser útil observar una vez más la figura 2. Los patrones sistemáticos que fueron detectados al principio de esta sección son observados sin dificultad hasta diciembre de 2009 o en todo caso, después de esa fecha, los periodos en los que aparentemente los errores no se corrigen son relativamente de menor duración. Luego de esta fecha, no es fácil detectar periodos donde de forma recurrente se sobreestime o subestime la inflación. Aparentemente, las pruebas de quiebres estructurales estarían captando este comportamiento en los pronósticos en relación a la inflación observada.

Una vez detectado el quiebre es posible estimar la ecuación (2) por MCO y hacer inferencia con muestras separadas bajo procedimientos usuales (Bai y Perron (2003)). Debido a la presencia de autocorrelación en los errores de las regresiones de Mincer y Zarnowitz se utiliza la matriz de covarianzas de los estimadores MCO propuesta por Andrews (1991) y Andrews y Monahan (1992).¹² El primer régimen corresponde a la primera parte de la muestra incluyendo la fecha de quiebre mientras que el segundo régimen corresponde al resto de la muestra (véase cuadro 2). En el caso de la regresión entre los datos observados de inflación y los pronósticos de un mes adelante se rechaza la hipótesis nula de pronósticos insesgados al 10% de significancia, como lo sugieren los p -values en ambos regímenes. Debido a la muestra pequeña este nivel de significancia parece ser

¹² Véase nota al pie de página 13.

el más adecuado contra el cual comparar los p -values calculados. A este nivel de significancia, sin embargo, no existe evidencia suficiente para rechazar la hipótesis nula de pronósticos insesgados en un horizonte de predicción de dos meses. En efecto, los p -values calculados para ambos regímenes son 0.657 y 0.527, respectivamente. Finalmente, solo en el segundo régimen de la regresión que incluye los pronósticos de tres meses adelante la hipótesis nula es rechazada. En cambio, en el primer régimen existe evidencia de que estadísticamente los pronósticos son insesgados a niveles de significancia usuales.

En suma, existe evidencia estadística parcial de pronósticos sesgados que depende, al parecer, del horizonte de predicción. A continuación, estudiamos el segundo requisito de Diebold y Lopez (1996).

3.3 Patrones de autocorrelación en los errores de pronóstico

La segunda implicancia de un pronóstico óptimo es que los errores de proyección asociados deben exhibir una estructura que dependa del horizonte de predicción h . Específicamente, errores de pronósticos h meses adelante deben tener una estructura de media móvil de orden $(h-1)$. En particular, el pronóstico de un mes adelante no debe exhibir autocorrelación serial.

A continuación, se estima procesos de media móvil para los errores de pronósticos de dos y tres meses adelante. Los p -values asociados a la hipótesis nula de significancia de cada parámetro son presentados entre paréntesis debajo del respectivo valor estimado del parámetro. El proceso de media móvil estimado para los errores de pronósticos de dos meses adelante es:

$$e_t = -0.06 + 0.67e_{t-1} + \hat{u}_t$$

(0.70) (0.00)

y para los errores de pronóstico de tres meses adelante es:

$$e_t = -0.19 + 1.04e_{t-1} + 0.58e_{t-2} + \hat{u}_t$$

(0.50) (0.00) (0.00)

La significancia de los parámetros de las regresiones no es suficiente para probar la segunda propiedad de Diebold y Lopez (1996). Si los errores de pronóstico siguen, en efecto, los procesos de media móvil especificados arriba, los modelos estimados debiesen estar bien especificados. Para examinar la presencia de problemas de especificación en las estimaciones de arriba se prueba la ausencia de autocorrelación en los errores estimados \hat{u}_t de ambas regresiones. Recuerde que si los pronósticos de un mes adelante son eficientes, sus errores debiesen comportarse como ruido blanco. En el cuadro 3 los estadísticos Q de Ljung y Box (1978), contruidos bajo la hipótesis de ausencia de autocorrelación de hasta un orden preestablecido m , son presentados junto con los correspondientes p -values. Si los pronósticos de inflación de los analistas privados fuesen óptimos las pruebas de autocorrelación no debiesen ser rechazadas. Los resultados del cuadro, sin embargo, son consistentes con pronósticos ineficientes. En todos los casos, considerando pronósticos de cualquier horizonte de predicción y distintos órdenes máximos de autocorrelación, la hipótesis nula es rechazada a niveles usuales de significancia.

Cuadro 3. Pruebas de autocorrelación de Ljung-Box (1978)

orden máximo de autocorrelación m	e_t o u_t modelado como MA($h-1$)	horizonte de predicción		
		$h=1$	$h=2$	$h=3$
		MA(0)	MA(1)	MA(2)
1	estadístico Q	33.37	12.77	4.45
	p -value	0.00	0.00	0.03
3	estadístico Q	50.97	32.78	23.69
	p -value	0.00	0.00	0.00
6	estadístico Q	53.55	40.10	27.35
	p -value	0.00	0.00	0.00
9	estadístico Q	59.36	42.39	31.48
	p -value	0.00	0.00	0.00
12	estadístico Q	78.88	61.18	38.60
	p -value	0.00	0.00	0.00

3.4 Varianzas incondicionales de los pronósticos

La última propiedad que deben cumplir los pronósticos óptimos es que la varianza incondicional de los errores de pronóstico debe disminuir con el arribo de nueva información. Esto significa que la varianza de los errores

de pronóstico debe ser no decreciente respecto del horizonte de predicción h . Así, se debe verificar la relación $var(e_{t+1}) \leq var(e_{t+2}) \leq var(e_{t+3})$, donde e denota el error de pronóstico.

Cuadro 4. ¿Es la varianza creciente con el horizonte de predicción?

<i>Varianza muestral</i>			
	$h=1$	$h=2$	$h=3$
	0.561	1.351	2.774
<i>Matriz de ratios $var(h_i)/var(h_j)$</i>			
(i,j)	1	2	3
1	1.000	-	-
2	2.407	1.000	-
3	4.945	2.054	1.000
<i>Prueba de razón de varianzas: $F(h_1 h_2) / p$-values</i>			
	$F(2/1)$	$F(3/1)$	$F(3/2)$
	0.001	0.000	0.000

En el cuadro 4 se reporta los valores calculados de la varianza incondicional muestral de los errores de pronóstico de los analistas privados por horizonte de predicción. Estos valores son consistentes con el tercer requisito de Diebold y Lopez (1996). La varianza es creciente en el horizonte de predicción. En particular, la varianza de los errores del pronóstico de tres meses adelante equivale casi a cinco veces la varianza de los errores del pronóstico de un mes adelante, y es el doble de la varianza de los errores del pronóstico de dos meses adelante (valores de 4.945 y 2.054, respectivamente, en la matriz de cocientes de varianzas). Asimismo, la varianza de los errores del pronóstico de un mes adelante es casi la mitad de la varianza de los errores del pronóstico de dos meses adelante. Adicionalmente, las pruebas de razón de varianzas, construidas bajo la hipótesis nula de igualdad de varianzas, brindan evidencia complementaria. La prueba $F(h_1 | h_2)$ está asociada a la hipótesis nula de igualdad de varianzas entre los errores de pronósticos de h_1 y h_2 meses adelante. La hipótesis nula es rechazada a niveles usuales de significancia tal como es reflejado por los p -values calculados.

En conclusión, asumiendo que los analistas privados buscan minimizar el valor esperado de una función de pérdida cuadrática, se ha encontrado evidencia en contra de la optimalidad de sus pronósticos de inflación. Dado que cada una de las propiedades de Diebold y Lopez (1996) son condiciones necesarias pero no

suficientes para caracterizar a pronósticos óptimos, se concluye que los pronósticos de los analistas privados son ineficientes y, por lo tanto, son susceptibles de mejora.

4. Análisis de optimalidad sin conocer la función de pérdida

En la sección anterior se presentó evidencia en contra de la optimalidad de los pronósticos de inflación de los analistas privados bajo el supuesto de pérdida cuadrática. En la práctica, sin embargo, es más razonable asumir que la información sobre la función de pérdida es privada a diferencia de los pronósticos que son de conocimiento público. Por lo tanto, es deseable conocer las propiedades de pronósticos óptimos bajo el supuesto de función de pérdida desconocida.

Durante un tiempo, la literatura de evaluación de pronósticos se ha concentrado en brindar una solución intermedia, desarrollando pruebas de optimalidad bajo el supuesto de una función de pérdida asimétrica. En general, las razones por las cuales las preferencias del analista pueden ser consistentes con una función de pérdida asimétrica pueden ser agrupadas en tres.¹³ La primera razón tiene relación con los costos de sobreestimar y subestimar la variable de interés. Un costo relativo distinto a uno es consistente con una función de pérdida asimétrica. Por ejemplo, Capistrán (2008) recupera la función de pérdida de la Reserva Federal de Estados Unidos a partir de sus pronósticos de inflación, y encuentra que esta función es asimétrica. En particular, a la Reserva Federal le disgustaría más que la inflación se sitúe por encima de una meta variable de inflación que por debajo de esta. Por lo tanto, es racional que la autoridad monetaria sobreestime sistemáticamente la inflación de modo que la consecuente respuesta de política – mediante un aumento en la tasa de interés de política – logre finalmente que la inflación se sitúe por debajo de la meta. Asimismo, Elliott *et al.* (2008) al analizar la optimalidad de los pronósticos de inflación y crecimiento del producto contenidos en la Encuesta a los Analistas Profesionales (del inglés, Survey of Professional Forecasters) encuentran que el costo relativo de subestimar el crecimiento del producto y de sobrestimar la inflación es mayor a uno. Es decir, los analistas profesionales consultados en dicha encuesta serían adversos a malos resultados relacionados con

¹³ Véase Elliott y Timmermann (2008)

predecir un crecimiento del producto menor que el observado y de predecir una inflación mayor que la realizada. La función de pérdida también es asimétrica si el costo relativo de sobreestimar y subestimar la variable de interés es función del nivel de esta variable. Por ejemplo, Patton y Timmermann (2007a) encuentran evidencia a favor de una actitud conservadora de la Reserva Federal de Estados Unidos en la construcción de sus pronósticos de crecimiento del producto que depende del escenario de crecimiento. Así, la función de pérdida de la Reserva Federal es simétrica cuando el crecimiento del producto es alto. En cambio, cuando el crecimiento del producto es considerado promedio o bajo, el costo de sobreestimar el crecimiento es mayor al costo de subestimarlo. La explicación reside en el hecho que la sobreestimación del crecimiento del producto en una recesión, por ejemplo, puede ser relativamente más costosa dado que ello demandaría una política monetaria contractiva más enérgica que la necesaria. Finalmente, una función de pérdida asimétrica puede capturar motivaciones estratégicas ligadas a la construcción de pronósticos, que están presentes en casos en los que la consecución de resultados profesionales dentro una empresa están muy ligados a los pronósticos de las variables que determinan dichos resultados. Para una revisión de ejemplos concretos véase Elliott y Timmermann (2008).

Algunas propiedades óptimas de los pronósticos son conocidas bajo el supuesto de función de pérdida asimétrica. Granger (1969), en una contribución seminal, muestra que una función de pérdida lineal asimétrica genera pronósticos con sesgo constante bajo el supuesto de normalidad de la variable que se quiere predecir. Zellner (1986) muestra que bajo la función de pérdida lineal exponencial¹⁴ el pronóstico óptimo es también sesgado, cuyo tamaño aumenta con el grado de asimetría. Más tarde, Christoffersen y Diebold (1997) extienden los resultados previos, demostrando que si el proceso generador de datos (PGD) de la variable de interés admite componentes de varianza condicional variable, el sesgo es variable en el tiempo.¹⁵ Por su parte, Elliott *et al.* (2005) proponen una prueba de optimalidad de pronósticos que explota las condiciones de momentos asociadas a la ortogonalidad de los errores de pronósticos y el conjunto de información, utilizando una familia paramétrica de funciones de pérdida, que bajo ciertas restricciones sobre los parámetros, incluye al error cuadrático medio. Además, este marco conceptual les permite recuperar los parámetros profundos

¹⁴ Más adelante se hace explícita la forma de esta función de pérdida. Esta función fue propuesta por Varian (1975): "A Bayesian approach to real estate assessment."

¹⁵ Capistrán y Timmermann (2009) muestran formalmente que una consecuencia de asumir funciones de pérdida asimétricas es también la generación de errores de pronósticos autocorrelacionados incluso para pronósticos de un periodo adelante.

asociados a la función de pérdida, utilizando información mínima de la variable de interés y del conjunto de información.¹⁶ Recientemente, Patton y Timmermann (2007b) muestran que las propiedades típicas de optimalidad son inapropiadas no solo cuando la función de pérdida de los analistas es asimétrica sino también en presencia de no-linealidades en el PGD de la variable de interés. Este resultado contrasta con el caso en el que la función de pérdida es simétrica, supuesto bajo el cual la media condicional de la variable de interés no tiene que estar restringida a procesos particulares. En suma, en presencia de asimetrías la función de pérdida y la distribución condicional de la variable que se desea pronosticar determinan las propiedades que los pronósticos deben cumplir para ser considerados óptimos.

Lo anterior sugiere que es posible desarrollar pruebas de optimalidad que permitan flexibilidad en las funciones de pérdida asumidas (en el PGD) a costa de imponer ciertas restricciones en el PGD (las funciones de pérdida). Este dilema es aprovechado por Patton y Timmermann (2007a). Los autores proponen novedosas pruebas construidas sobre supuestos mínimos en relación a la función de pérdida del analista pero que imponen restricciones sobre el PGD de la variable de interés. Patton y Timmermann (2007a) presentan la siguiente proposición que aquí se reproduce en términos informales:¹⁷

Proposición 1 (Patton y Timmermann (2007a)):

Considere cualquiera de los siguientes supuestos:

- (a) *La función de pérdida del analista es solo dependiente del error de pronóstico y el PGD de la variable que se quiere pronosticar admite dinámica solo en la media condicional, o*
- (b) *La función de pérdida del analista es homogénea en el error de pronóstico, i.e., $L(a,e) = g(a)L(e)$, con a positivo y $g(a)$ positivo para todo a , y el PGD de la variable de interés admite dinámica también en la varianza condicional.*

¹⁶ Elliott y Timmermann (2005) demuestran que es posible recuperar los parámetros profundos de la función de pérdida incluso con un subconjunto arbitrario del conjunto de información. Como es intuitivo, este es el caso que es relevante en la práctica ya que es difícil determinar todas las variables que presumiblemente usan los analistas privados para construir sus pronósticos, ya que si bien algunas son de dominio público otras son solo conocidas por el analista (son privadas).

¹⁷ Véase la proposición 3, página 1175.

Luego, el indicador definido como $I_{t+h} = 1(y_{t+h} \leq \hat{y}_{t+h}^*)$ es independiente del conjunto de información Z_t , donde \hat{y}_{t+h}^* es el pronóstico óptimo y $1(\bullet)$ es la función indicador que es igual a uno si el argumento es verdadero, y cero, de otro modo.

Antes de discutir la prueba de optimalidad de Patton y Timmermann (2007a) es útil presentar los tipos de funciones de pérdida que son comúnmente utilizadas en la literatura.¹⁸ El error cuadrático medio (ECM), que es una de las funciones de pérdida que ha recibido especial atención en la literatura, fue presentado en la sección previa, en la ecuación (1). El error absoluto medio (EAM) también es muy común:

$$L(y_{t+h}, \hat{y}_{t+h}) = a |y_{t+h} - \hat{y}_{t+h}|$$

donde a es un parámetro positivo de escala. Elliott *et al.* (2005) proponen la siguiente familia de funciones de pérdida:

$$L(y_{t+h}, \hat{y}_{t+h}) = [a + (1 - 2a) \cdot I_{t+h}] \times |y_{t+h} - \hat{y}_{t+h}|^p$$

Cuando $p = 1$, esta función se reduce a la función de pérdida conocida como “lin-lin”, porque es lineal por pedazos, e incluye al EAM cuando $a = 0.5$. Cuando $p = 2$, se obtiene la función de pérdida conocida como “quad-quad” e incluye al ECM cuando $a = 0.5$. La función lineal exponencial (“lin-ex”), propuesta por Varian (1975) ha sido estudiada por Zellner (1986) y Christoffersen y Diebold (1997):

$$L(y_{t+h}, \hat{y}_{t+h}) = \exp(b(y_{t+h} - \hat{y}_{t+h})) - b(y_{t+h} - \hat{y}_{t+h}) - 1$$

donde b es un parámetro positivo que controla el grado de asimetría. Si b es positivo, grandes subestimaciones son más costosas que sobreestimaciones de la misma magnitud. Cuando b es negativo se tiene el resultado inverso. En la figura A-1 en el apéndice se presenta estas funciones.

¹⁸ Para una revisión de estas funciones de pérdida véase Elliott y Timmermann (2008).

Aunque el supuesto (a) de la proposición 1 deje de lado algunas función de pérdida, muchas funciones de pérdida comúnmente utilizadas en la literatura son de esa forma – solo dependientes del error de pronóstico, incluyendo el error cuadrático medio (ECM), el error absoluto medio (EAM), y las funciones “lin-lin”, “quad-quad” y “lin-ex”. Por su parte, el supuesto (b) incluye a todas las funciones de pérdida anteriores, excepto a la “lin-ex”. Como se puede notar, ambos supuestos admiten una familia diversa de funciones de pérdida, simétricas y asimétricas. Las únicas condiciones que se deben cumplir son que estas funciones dependan solamente del error de pronóstico (a) o que sean homogéneas en estos errores (b).

La independencia del indicador I_{t+h} respecto de Z_t puede ser probada por medio de la siguiente regresión:

$$I_{t+h} = a + bZ_t + u_{t+h} \quad \dots(4)$$

Bajo la hipótesis nula de independencia se tiene que $b = 0$. Esta regresión puede ser estimada por MCO o más apropiadamente, para tener en cuenta que la variable dependiente es binaria, por modelos de elección discreta *logit* o *probit*. A continuación, se presenta evidencia respecto de la validez de esta hipótesis. Este análisis se divide en dos secciones. Primero, se intenta caracterizar lo mejor posible el conjunto de información Z_t de los analistas privados en Guatemala. Para ello, se utiliza información de las variables que sustentan sus proyecciones de inflación y que son reportadas en la encuesta de expectativas desde el año 2007 así como otras variables internacionales y de la economía guatemalteca. Segundo, se utiliza métodos de regresión lineal y no-lineal para probar econométricamente la hipótesis nula. La elección de los supuestos (a) o (b) dependerá del proceso estocástico que mejor caracterice al PGD de la inflación observada.

4.1 Caracterizando al conjunto de información

En esta sección se intenta caracterizar de la mejor manera posible el conjunto de información Z_t que tomarían en cuenta los analistas privados al momento de construir sus pronósticos de inflación en el periodo t . No es una tarea que esté exenta de críticas toda vez que en teoría este conjunto de información además de incluir

variables de dominio público también podría contener datos de conocimiento privado. En la práctica, dado que es imposible caracterizar completamente al conjunto de información, las pruebas corresponden en realidad a pruebas de optimalidad parcial (Brown y Maital (1981)). La caracterización que aquí se lleva a cabo es alimentada por las variables indicadas por los propios analistas en la encuesta como aquellas variables que sustentan sus pronósticos y, un par de variables, doméstica y externa.¹⁹

La primera fuente de información corresponde a la lista de variables que aparecen reportadas en la encuesta de expectativas. Entre las variables ligadas al mercado doméstico se incluye el tipo de cambio nominal, el desempeño de las políticas fiscal y monetaria, las condiciones climáticas, la estacionalidad de los productos agrícolas y el precio de los combustibles. Como estas categorías son bastante generales en algunos casos se elige las variables que a nuestro juicio estarían más ligadas con cada una de ellas. Por ejemplo, para medir el desempeño fiscal se utiliza el resultado presupuestal del gobierno central de Guatemala.²⁰ El desempeño de la política monetaria es aproximado por la emisión monetaria, los medios de pago (M2) y el crédito al sector privado en moneda doméstica, las tasas de interés activa y pasiva de mercado expresadas en moneda doméstica, la tasa de interés interbancaria (reportos) en moneda doméstica, la inflación observada y la inflación subyacente. Para controlar por patrones de estacionalidad agrícola y condiciones climáticas se incluye el índice mensual de actividad económica (IMAE) sin corregir por estacionalidad. La fuente de todas estas variables es la base de datos económicos del Banco de Guatemala, disponible en su sitio web. El precio de los combustibles es la única de estas variables que no es considerada por falta de información.

En cuanto a las variables externas, las que aparecen recurrentemente en la encuesta son el precio internacional del petróleo y el precio de las materias primas. Se utiliza el precio internacional del petróleo West Texas Intermediate (WTI) expresado en dólares por barril y los precios internacionales del trigo y el maíz, ambos expresados en dólares por tonelada métrica. En este caso, la fuente de información es la base de datos IFS (del inglés, International Financial Statistics) del Fondo Monetario Internacional.

¹⁹ Estas últimas son variables a las cuales se les hace un seguimiento constante en los reportes de política monetaria del Banco de Guatemala.

²⁰ La fuente indica que los datos correspondientes al año 2011 son preliminares.

Además de estas variables, se utiliza la medida del IMAE tendencia-ciclo (sin componente estacional) para controlar por factores de demanda que puedan traducirse en presiones inflacionarias, y la tasa de política monetaria de la Reserva Federal de Estados Unidos para controlar por factores externos de política monetaria que podrían afectar indirectamente la actividad económica en Guatemala y, por lo tanto, la inflación. Adicionalmente, se incluye los propios pronósticos de inflación de los agentes privados como parte de su conjunto de información.

Algunas de las variables mencionadas previamente no son usadas sin antes aplicarles una transformación que trata de capturar el tipo de información que los analistas considerarían relevante y útil para la construcción de sus pronósticos. Se supone que la variación de doce meses de las variables monetarias, del tipo de cambio, del IMAE tendencia-ciclo y de los precios internacionales es el tipo de información que cumple este rol. Para no dejar de capturar los patrones estacionales se calcula la variación de tres meses de la serie del IMAE original. La desventaja de incluir variaciones mensuales en el análisis radica en que, así transformadas, las variables se tornan muy ruidosas. De esta manera, se está asumiendo que los analistas no se guían por ruidos sino por tendencias que son posibles de detectar a través del cálculo de variaciones de doce meses.

4.2 Pruebas de optimalidad

Ahora, nos valemos de la proposición 1 de Patton y Timmermann (2007a) para probar la optimalidad de los pronósticos de los analistas privados, admitiendo una familia diversa de funciones de pérdida simétricas y asimétricas. Debido a que es más fácil implementar pruebas que discriminen entre los dos supuestos de la proposición 1 en relación al PGD de la variable de interés, empezamos por tratar de caracterizar el mejor proceso estocástico para la inflación en Guatemala.

Primero, se sigue el procedimiento popularizado por Box y Jenkins (1976) para encontrar el mejor proceso ARIMA de la inflación. En lugar de concentrarnos en determinar si la inflación tiene o no raíz unitaria, nos enfocamos en encontrar el orden autorregresivo y de media móvil que garantice que los errores estimados se comporten como ruido blanco. La razón de esta elección es personal y se debe a que muchas veces los

resultados de pruebas estadísticas no van de la mano con la intuición económica. Si la inflación fuese modelada como un proceso no estacionario – como un camino aleatorio, por ejemplo – un shock idiosincrático que por construcción es estacionario tendría efectos permanentes en la trayectoria de la inflación. Aunque es verdad que cierta persistencia es observada en la inflación guatemalteca – sobre todo en el año 2008 a causa del incremento sostenido e inusual de los precios internacionales de los alimentos,²¹ es difícil concebir que sea probable que la inflación explote.²²

El mejor proceso estacionario encontrado para la inflación es el siguiente, con los *p*-values presentados entre paréntesis:

$$y_t = 0.16 + 1.50y_{t-1} - 0.538y_{t-2} + u_t - 0.92u_{t-12} \quad \dots(5)$$

(0.14) (0.00) (0.00) (0.00)

Por medio de pruebas de autocorrelación de Ljung y Box (1978) se verifica que estadísticamente los residuos de la regresión (5) se comportan como ruido blanco. Con fines de robustez se utiliza el criterio (bayesiano) de información de Schwarz para elegir el mejor modelo ARMA, llegando al mismo resultado.²³ Por lo tanto, un proceso ARMA(2,12) parece aproximar bastante bien la media condicional de la inflación en Guatemala. Para detectar componentes de volatilidad condicional variable, se aplica la prueba de Engle (1982) sobre los residuos. Esta prueba, construida sobre la hipótesis nula de volatilidad condicional constante se basa en una regresión auxiliar entre los residuos estimados al cuadrado y sus rezagos. Independientemente del número de rezagos considerados, la hipótesis nula no es rechazada a niveles usuales de significancia. Por lo tanto, la presencia de componentes ARCH en los residuos es descartada.

Con estos resultados, el supuesto (a) de la proposición 1 resulta más útil. A continuación, se estima la regresión (4) por MCO.²⁴ Si la hipótesis nula de optimalidad de pronósticos es rechazada, la evidencia sería interpretada en contra de la optimalidad de los pronósticos de los analistas privados asumiendo que su función de pérdida

²¹ Para ser precisos, incluso se puede tener el caso en que un proceso estacionario es más persistente que un proceso no estacionario.

²² Para un análisis, en este sentido, de la relación entre raíces unitarias y macroeconomía, véase Cochrane (1991).

²³ Este criterio de información es consistente a diferencia del criterio de Akaike (AIC). Consistencia aquí significa que la probabilidad de elegir al verdadero modelo se acerca a uno a medida que la muestra se hace grande.

²⁴ Con fines de robustez la ecuación (4) también es estimada por métodos no lineales. Se estiman modelos *probit* (distribución normal estándar), *logit* (distribución logística) y *gompit* (distribución de valor extremo) y los resultados que se muestran a continuación se mantienen.

depende solo del error de pronóstico. Cabe recalcar que basta que la hipótesis nula sea rechazada para cualquier subconjunto de Z_t para mostrar evidencia en ese sentido.

La información que es suficiente para mostrar evidencia a favor o en contra de la optimalidad de los pronósticos está resumida en los p -values asociados a la hipótesis nula $b = 0$ en la regresión (4). Esta información es mostrada en el cuadro 5. Se presenta dos columnas para cada uno de los pronósticos considerados. La primera columna en todos los casos corresponde a la regresión (4), mientras que la segunda columna corresponde a la regresión que incluye además el rezago del indicador I_{t+h} . En este último caso, se prueba la hipótesis conjunta de que los parámetros asociados a la variable incluida en Z_t y al rezago del indicador son iguales a cero. Esta última regresión es considerada debido a la potencial presencia de autocorrelación en este indicador, heredada de los errores de pronóstico.

Cuadro 5. Pruebas de optimalidad bajo funciones de pérdida que solo dependen del error

variables	unidades	transformación usada	h=1		h=2		h=3	
			(1)	(2)	(1)	(2)	(1)	(2)
<i>Variables internas</i>								
pronóstico de inflación h meses adelante	%	nivel	0.053	0.000	0.342	0.000	0.221	0.000
inflación observada	%	nivel	0.041	0.000	0.437	0.000	0.388	0.000
inflación subyacente observada	%	nivel	0.083	0.000	0.469	0.000	0.634	0.000
emisión monetaria	millones de Q.	var. 12 meses	0.145	0.000	0.003	0.000	0.013	0.000
medios de pagos (M2)	millones de Q.	var. 12 meses	0.052	0.000	0.689	0.000	0.174	0.000
crédito privado en MN	millones de Q.	var. 12 meses	0.210	0.000	0.685	0.000	0.174	0.000
tasa de interés activa	%	nivel	0.370	0.000	0.870	0.000	0.914	0.000
tasa de interés pasiva	%	nivel	0.001	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
tasa de interés de reportos promedio	%	nivel	0.026	0.000	0.003	0.000	0.013	0.000
índice IMAE original	-	var. 3 meses	0.331	0.000	0.227	0.000	0.762	0.000
índice IMAE tendencia ciclo	-	var. 12 meses	0.773	0.000	0.050	0.000	0.048	0.000
tipo de cambio nominal venta	Q. por dólar	var. 12 meses	0.160	0.000	0.183	0.000	0.021	0.000
déficit presupuestal	millones de Q.	nivel	0.129	0.000	0.046	0.000	0.055	0.000
<i>Variables externas</i>								
precio internacional del petróleo	US\$ por barril	var. 12 meses	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
tasa de política monetaria de EEUU	%	nivel	0.796	0.000	0.228	0.000	0.573	0.000
precio internacional del trigo	US\$ por ton. met.	var. 12 meses	0.001	0.000	0.001	0.000	0.001	0.000
precio internacional del maíz	US\$ por ton. met.	var. 12 meses	0.064	0.000	0.033	0.000	0.103	0.000

Del cuadro anterior se puede extraer los siguientes comentarios. Primero, en algunos casos, la hipótesis nula de optimalidad es rechazada a causa, principalmente, de la significancia estadística del parámetro asociado al rezago del indicador (véase columna 2). Los casos en los que la variable por si sola contribuye a rechazar la hipótesis de optimalidad al 10% de significancia son resaltados en negrita (véase columna 1). Es interesante notar que todas las variables del cuadro excepto cuatro de ellas – el crédito al sector privado en moneda doméstica, la tasa de interés activa, la serie original del IMAE y la tasa de política monetaria de la Reserva Federal – ayudarían a predecir al indicador para al menos un horizonte de predicción. Las variables que resultan significativas en la regresión de optimalidad de manera consistente para cualquier horizonte de predicción son la tasa de interés pasiva en moneda nacional, la tasa de interés interbancaria (reportos) en moneda nacional, y los precios internacionales del petróleo y del trigo. Informalmente, este resultado sugiere que estas variables podrían ayudar a mejorar los pronósticos de inflación. Segundo, en relación a la columna 2 del cuadro, se puede apreciar que, independientemente de la variable utilizada en la regresión, la hipótesis de optimalidad es rechazada a niveles usuales de significancia. Una interpretación errónea de este resultado, que es consistente a nivel de la variable utilizada y horizonte de predicción, le atribuiría al rezago del indicador un rol importante, casi exclusivo, en rechazar la hipótesis de optimalidad, concluyendo que en realidad los resultados responden más bien a patrones de autocorrelación presentes en los residuos de la regresión (4). Sin embargo, debe recordarse que, en principio, el rezago del indicador también forma parte del conjunto de información Z_t .

En suma, este análisis produce los siguientes dos resultados. Primero, como resultado secundario se ha podido identificar las variables que podrían ayudar a mejorar los pronósticos, ya que se ha encontrado que estas variables contendrían información útil para entender periodos en los que se sobreestima o subestima la inflación observada. Segundo, y en relación al objetivo principal de esta sección, se ha encontrado evidencia consistente y suficiente para rechazar la hipótesis de optimalidad de los pronósticos de los analistas privados considerando una familia amplia de funciones de pérdida simétricas y asimétricas que solo dependen del error de pronóstico. Esto, sin embargo, no significa que los pronósticos no sean óptimos bajo funciones de pérdida mucho más generales.

Debe tenerse en cuenta que la media condicional de la inflación podría admitir un comportamiento no-lineal del tipo estudiado por Hansen (1996, 1997) – modelos de umbrales, o Hamilton (1989) – modelos markovianos de cambio de régimen, invalidando por lo tanto el supuesto (a) de la proposición 1. En este caso, Patton y Timmermann (2007a) arguyen que no es posible llevar a cabo pruebas de optimalidad sin conocer la función de pérdida. En la siguiente sección se discute una prueba de optimalidad que no impone restricción alguna sobre el PGD de la inflación pero que necesita aproximar la función de pérdida de los analistas privados.

5. Análisis de optimalidad bajo aproximaciones flexibles de la función de pérdida

En esta sección se discute pruebas de optimalidad que no imponen ninguna restricción sobre el proceso generador de datos de la inflación observada y que utilizan aproximaciones suficientemente flexibles de la función de pérdida de los analistas privados.

En particular, se investiga si la evidencia respecto de la ineficiencia de los pronósticos mostrada en la sección anterior es sensible al hecho de haber modelado la serie de inflación como un proceso autorregresivo de media móvil. En la sección anterior se hizo una búsqueda del mejor proceso ARMA que aproximara la media condicional de la inflación. Pero esta búsqueda se hizo en función del supuesto de linealidad asumido para la media condicional. Aunque se pudo haber probado la presencia de no-linealidades, este análisis hubiera resultado infructuoso debido a la imposibilidad de probar la optimalidad de los pronósticos en este caso (Patton y Timmermann (2007a)).

Antes de desarrollar este último punto, es conveniente presentar el marco metodológico. Si bien la prueba de optimalidad que será discutida más adelante no impone restricciones sobre el PGD de la inflación, lo cual constituye una enorme ventaja sobre las pruebas utilizadas en la sección anterior, es necesario aproximar la función de pérdida.

El problema de optimización que teóricamente resuelve el analista privado puede quedar resumido en la siguiente condición de primer orden:

$$E_t \left(\frac{\partial L(y_{t+h}, \hat{y}_{t+h})}{\partial \hat{y}_{t+h}} \right) = 0$$

lo que a su vez implica que:

$$E_t \left(\frac{\partial L(y_{t+h}, \hat{y}_{t+h})}{\partial \hat{y}_{t+h}} \cdot Z_t \right) = 0 \quad \dots(6)$$

donde Z_t representa un subconjunto arbitrario del conjunto de información. De este modo, si se tiene información de Z_t y de la primera derivada de la función de pérdida respecto del pronóstico, la condición de ortogonalidad (6) puede ser explotada por el método generalizado de momentos (MGM) para estimar funciones de pérdida paramétricas, como la familia de funciones propuesta por Elliott *et al.* (2005). De hecho, este es el enfoque utilizado por estos autores para discriminar entre funciones simétricas y asimétricas de pérdida. Por conveniencia, se adopta la siguiente notación:

$$\lambda(y_{t+h}, \hat{y}_{t+h}) = \frac{\partial L(y_{t+h}, \hat{y}_{t+h})}{\partial \hat{y}_{t+h}}$$

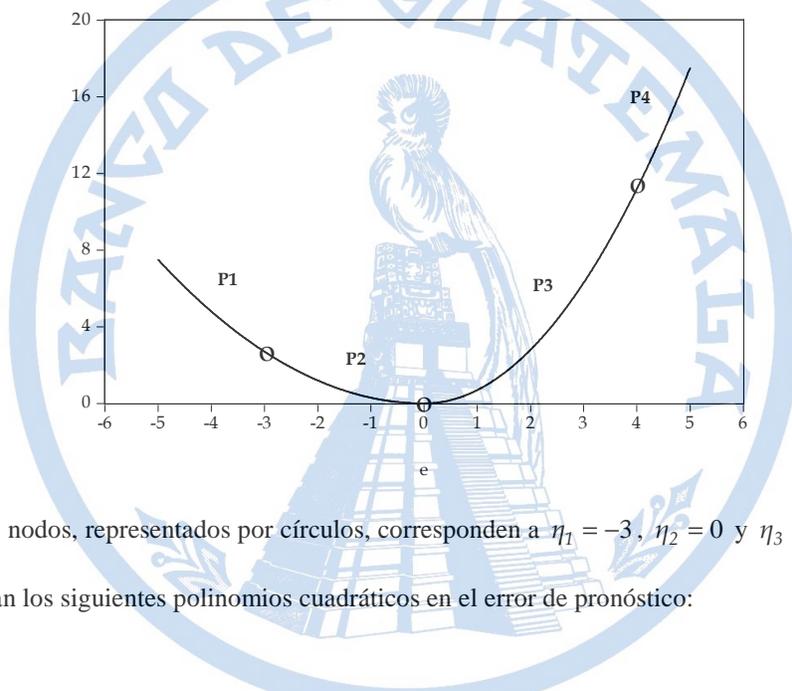
En esta sección en vez de asumir funciones o familias de funciones de pérdida específicas, se aproxima $\lambda(y_{t+h}, \hat{y}_{t+h})$ mediante *splines* de segundo orden.

Para implementar esta aproximación se necesita definir un número K de nodos $\{\eta_1, \dots, \eta_K\}$. Por ejemplo, considere el caso de $K = 3$ con nodos definidos como los valores correspondientes a los percentiles 25, 50 y 75 de la distribución de los errores de pronóstico. Por supuesto, la calidad de la aproximación es creciente en el número de nodos. Hay que considerar, sin embargo, que el número de parámetros a estimar es también creciente en el número de nodos, razón por la cual, la elección de K debe considerar el tamaño de la muestra de

los datos utilizados. No obstante esta salvedad, Patton y Timmermann (2007a) arguyen que un número pequeño de nodos es suficiente para lograr buenas aproximaciones flexibles de la función de pérdida.

Una vez determinado el número de nodos y sus valores particulares, el paso siguiente consiste en estimar los coeficientes de los polinomios que conectan estos nodos. Para satisfacer propiedades típicas de una función de pérdida – por ejemplo, creciente en el valor absoluto del error de pronóstico – se considera polinomios cuadráticos. Para ganar intuición respecto de este último punto considere el siguiente gráfico:

Figura 4. Splines cuadráticos



En la figura 4 los nodos, representados por círculos, corresponden a $\eta_1 = -3$, $\eta_2 = 0$ y $\eta_3 = 4$. Estos nodos, a su vez, determinan los siguientes polinomios cuadráticos en el error de pronóstico:

$$P_1 = a_1 + b_1 e + c_1 e^2$$

$$P_2 = a_2 + b_2 e + c_2 e^2$$

$$P_3 = a_3 + b_3 e + c_3 e^2$$

$$P_4 = a_4 + b_4 e + c_4 e^2$$

donde los parámetros $\{a_i, b_i, c_i\}_{i=1}^4$ son determinados sobre la base de restricciones naturales que deben cumplir los polinomios para lograr una forma como la figura 4 y de los parámetros que gobiernan la

aproximación de $\lambda(y_{t+h}, \hat{y}_{t+h})$. En el apéndice A.2 se discute con detalle cómo se obtienen los coeficientes de estos polinomios.

Patton y Timmermann (2007a) proponen la siguiente aproximación flexible para la primera derivada de $\lambda(y_{t+h}, \hat{y}_{t+h})$:

$$\frac{\partial \lambda(y_{t+h}, \hat{y}_{t+h}; \theta, x)}{\partial e} = \begin{cases} \gamma_1(x) = \Gamma(\varphi_{01} + \varphi_{11}x - \ln K), & e \leq \eta_1 \\ \gamma_i(x) = \left(1 - \sum_{j=1}^{i-1} \gamma_j\right) \Gamma(\varphi_{0i} + \varphi_{1i}x - \ln K), & \eta_{i-1} < e \leq \eta_i \quad i = 2, \dots, K \quad \dots(7) \\ \gamma_{K+1}(x) = 1 - \sum_{j=1}^K \gamma_j, & e > \eta_K \end{cases}$$

donde se hace patente el hecho que la aproximación es paramétrica. Claramente, el vector de parámetros $\theta = \{\gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_{K+1}\}$, cuya suma es por conveniencia normalizada a uno, controla el grado de curvatura de la función de pérdida, que en general varía entre nodo y nodo, en función de los parámetros φ y de la variable x . Es directo notar que la relación entre el vector de parámetros θ y los coeficientes de los polinomios está dada por $c_i = 0.5 \gamma_i$. La función $\Gamma(u)$ es cualquier función de distribución acumulada.

Bajo esta especificación las fuentes de asimetría son el nivel del error de pronóstico – a través de la especificación de los nodos – y la variable x . Esta última variable podría ser el nivel de la inflación si se cree que el costo relativo de sobreestimar y subestimar la inflación depende del nivel de esta variable.²⁵ Esta especificación es bastante general. Por un lado, Patton y Timmermann (2007a) arguyen que esta aproximación anida a la familia de funciones de pérdida estudiadas por Elliott *et al.* (2005). Por otro lado, si en cierto contexto, la segunda fuente de asimetría no parece relevante, simplemente los parámetros φ_{1i} pueden ser restringidos a ser iguales a cero. Precisamente, la siguiente sección se centra en este caso.

²⁵ De la figura 1, sin embargo, es claro que este parece no ser el caso. Los patrones de sobreestimación y subestimación de la inflación son observados independientemente del nivel de la tasa de inflación.

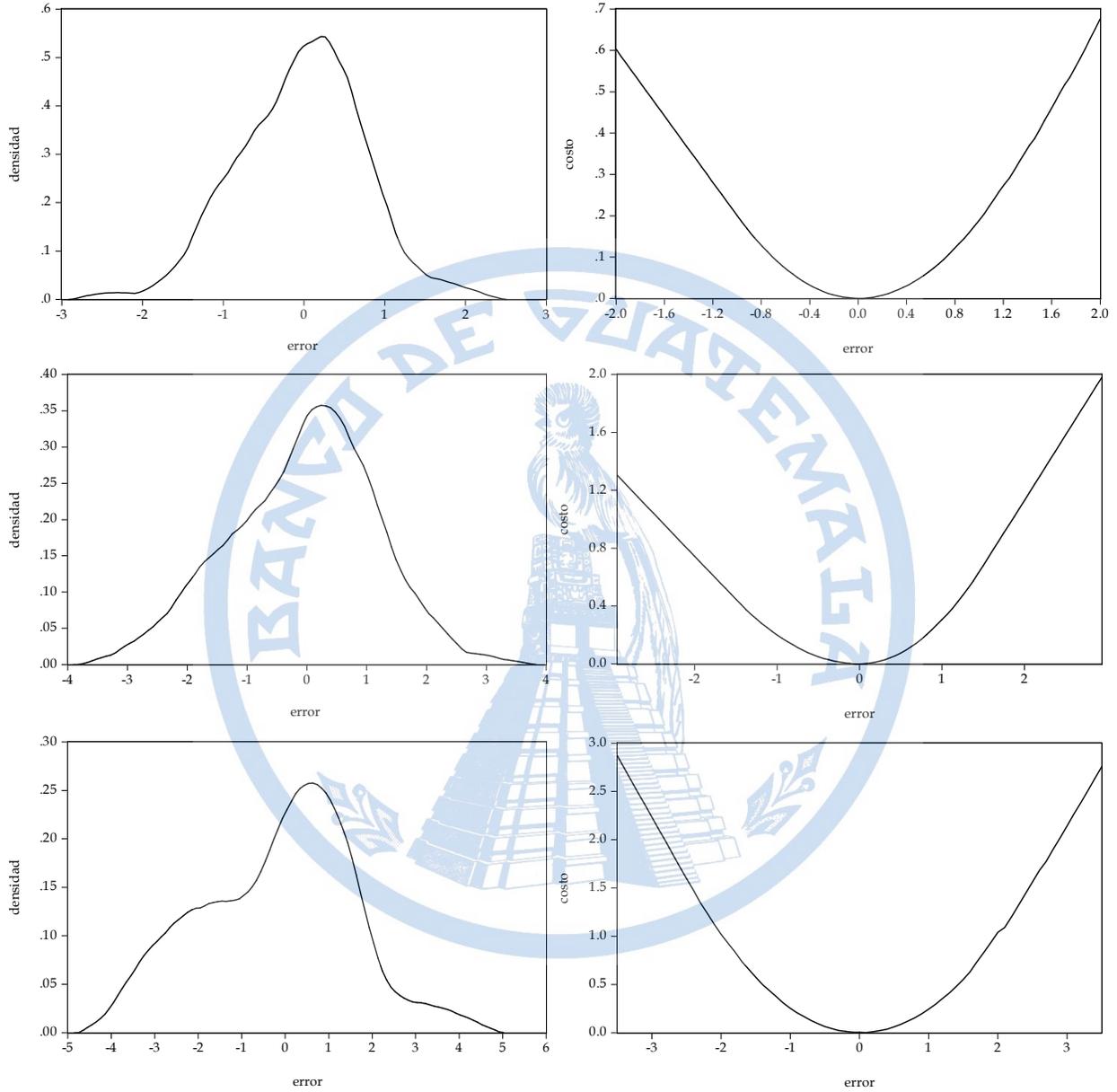
Finalmente, los parámetros φ son estimados por el método generalizado de momentos (MGM), explotando la condición de ortogonalidad (6). La optimalidad de pronósticos puede ser verificada mediante la prueba de sobreidentificación propuesta por Hansen (1982) siempre que el número de instrumentos – dimensión de Z_t – sea mayor al número de parámetros a estimar – dimensión de φ . La prueba de sobreidentificación está construida sobre la hipótesis nula de validez de los instrumentos utilizados, de modo que la condición de ortogonalidad sea muy cercana a cero. Que la hipótesis nula no sea rechazada significa que los pronósticos de los analistas privados son óptimos cuando se asume que su función de pérdida está bien aproximada por (7). En caso contrario, la evidencia será interpretada como que la ineficiencia de los pronósticos es robusta a esta función de pérdida flexible.

5.1 Pruebas de optimalidad

La prueba de optimalidad basada en aproximaciones de la función de pérdida es aplicada a los pronósticos de uno, dos y tres meses adelante, asumiendo que la función de pérdida solo depende del error de pronóstico – imponiendo en (7) que $\varphi_{1i} = 0$ para todo $i = 1, \dots, K+1$. Por motivos de muestra pequeña, la aproximación se hace sobre la base de $K = 3$ nodos, con valores específicos extraídos de la distribución de los errores de pronóstico.

El panel izquierdo de la figura 5 presenta las funciones de densidad de los errores de pronóstico para los tres horizontes de predicción. La función de densidad es construida usando el método no-paramétrico basado en el *kernel* de Epanechnikov y en el ancho de banda propuesto por Silverman (1986). Como se puede apreciar, la forma de las funciones de densidad dista de la forma típica de una distribución normal. Las tres funciones de densidad estimadas exhiben un sesgo importante hacia la derecha. De hecho, la mediana de cada una de las distribuciones es 0.05, 0.12 y 0.32 puntos porcentuales, respectivamente. Es decir, aunque en promedio los analistas privados sobreestiman la inflación observada (véase cuadro 1), el valor central de la distribución de los errores indica que los analistas la subestiman.

**Figura 5. Funciones de densidad de los errores de pronóstico (izquierda)
y funciones de pérdida de los analistas privados (derecha)**
($h=1$: superior, $h=2$: centro, $h=3$: inferior)



Nota: La función de densidad es estimada usando el *kernel* de Epanechnikov y el ancho de banda propuesto por Silverman (1986). El número de puntos de grilla es 100. Una grilla más fina de puntos (i.e. 1000) no modifica en esencia la forma de las funciones de densidad.

Los valores del error de pronóstico de un mes adelante elegidos para la aproximación son $[-1, 0, 1]$, que corresponden a los percentiles 11, 49 y 93 de su distribución, respectivamente. En el caso de los pronósticos de dos meses adelante, los nodos son establecidos en $[-1.5, 0, 1.5]$, que corresponden a los percentiles 13, 47 y 92 de la distribución de los errores. Finalmente, los nodos elegidos para los errores de pronóstico de tres meses adelante son $[-2.5, 0, 2.5]$. Estos valores corresponden a los percentiles 12, 46 y 95 de la distribución del error.

En todos los casos, el conjunto de instrumentos Z_t está formado por una constante, los valores contemporáneos y los dos primeros rezagos de los (respectivos) errores de pronóstico y de la inflación observada, y los dos primeros rezagos de $\lambda(y_{t+h}, \hat{y}_{t+h})$. De esta manera, con 3 parámetros a estimar y 9 instrumentos, se tiene 6 restricciones de sobreidentificación. Los parámetros de la aproximación son estimados por MGM asumiendo que $\Gamma(u)$ es la función logística, i.e., $\Gamma(u) = (1 + \exp(-u))^{-1}$.²⁶

Las funciones de pérdida estimadas son presentadas en el panel derecho de la figura 5. Informalmente se puede notar que las funciones de pérdida asociadas a los tres horizontes de predicción son ligeramente asimétricas. Para tener una idea concreta respecto del grado de asimetría de estas funciones se calcula el cociente que compara los costos promedio de sobreestimar y subestimar la inflación observada. Este cociente es calculado usando errores positivos y negativos de la misma magnitud. Así, para los tres horizontes de predicción, este cociente es igual a 0.996, 0.672 y 1.063, respectivamente. Estos valores sugieren que, en promedio, para horizontes de uno y tres meses es igual de costoso sobreestimar y subestimar la inflación. Este resultado es consistente con el tamaño del sesgo de estos pronósticos calculado en la sección 3.1. Como se recuerda, el sesgo promedio de los pronósticos de uno y tres meses adelante es igual a -0.04 y -0.17 puntos porcentuales, respectivamente, que son sesgos insignificantes desde cualquier punto de vista. Por otro lado, aunque los costos de sobreestimar y subestimar la inflación no sean iguales en un horizonte de dos meses, el costo relativo tampoco es muy grande. El cociente de 0.672 significa que el costo de subestimar la inflación equivale a 1.5 veces el costo de sobrestimarla. Este mayor costo relativo de subestimar la inflación en un horizonte de dos

²⁶ Con fines de robustez, se considera alternativamente que u se distribuye como una normal estándar o como una distribución de Cauchy. La primera (segunda) distribución asigna menor (mayor) probabilidad a los datos extremos de la distribución que la función logística. Bajo estas especificaciones los resultados se mantienen.

meses explicaría por qué en promedio los agentes privados tienden a sobreestimar la inflación. El sesgo de estos pronósticos es igual a -0.05.

El estadístico J de Hansen (1982) es usado para probar la hipótesis nula de optimalidad de pronósticos. Los p -values asociados a esta hipótesis son 0.01, 0.03 y 0.02, para los pronósticos de uno, dos y tres meses adelante, respectivamente. Estos valores sugieren que existe suficiente evidencia para rechazar la validez de las condiciones de sobreidentificación, y por lo tanto, para rechazar la optimalidad de los pronósticos de los analistas privados. Teniendo en cuenta el ligero grado de asimetría que caracteriza a las funciones de pérdida estimadas, el rechazo de la optimalidad de estos pronósticos es consistente con lo encontrado anteriormente bajo el supuesto de simetría en la función de pérdida. De esta manera, el resultado encontrado en la sección 4 es validado aquí sin haber asumido un proceso estocástico particular para la inflación.

La débil evidencia a favor de funciones de pérdida asimétricas puede deberse, sin embargo, a que los patrones de sobreestimación y subestimación de la inflación, discutidos en la introducción, se cancelan mutuamente, una conjetura que se ensayó en la sección 3.1 cuando se calcularon los sesgos de los pronósticos usando la muestra completa y que luego resultó validada cuando se realizó este mismo cálculo por subperiodos. En efecto, la forma de la función de pérdida y el cálculo del costo relativo de sobreestimación y subestimación de la inflación son útiles para revelar patrones que son observados en promedio. Como es claro, funciones de pérdida asimétricas como las presentadas en la figura 5 pueden también ser consistentes con una sucesión de errores positivos y negativos menos persistente que la observada en la práctica en los errores de pronóstico de los analistas privados en Guatemala. Lamentablemente, las funciones de pérdida que están anidadas en la aproximación flexible presentada en (7) están caracterizadas por un coeficiente de asimetría constante, y por lo tanto, son incapaces de capturar cambios en el signo de los errores de pronóstico con la frecuencia y persistencia observada en los datos.

Capistrán y Timmermann (2009) enfrentan un problema similar cuando intentan explicar el cambio dramático de signo en el sesgo de los pronósticos de inflación de Estados Unidos en 1982, usando los pronósticos contenidos en la Encuesta a los Analistas Profesionales. Los autores arguyen que necesitan de un componente

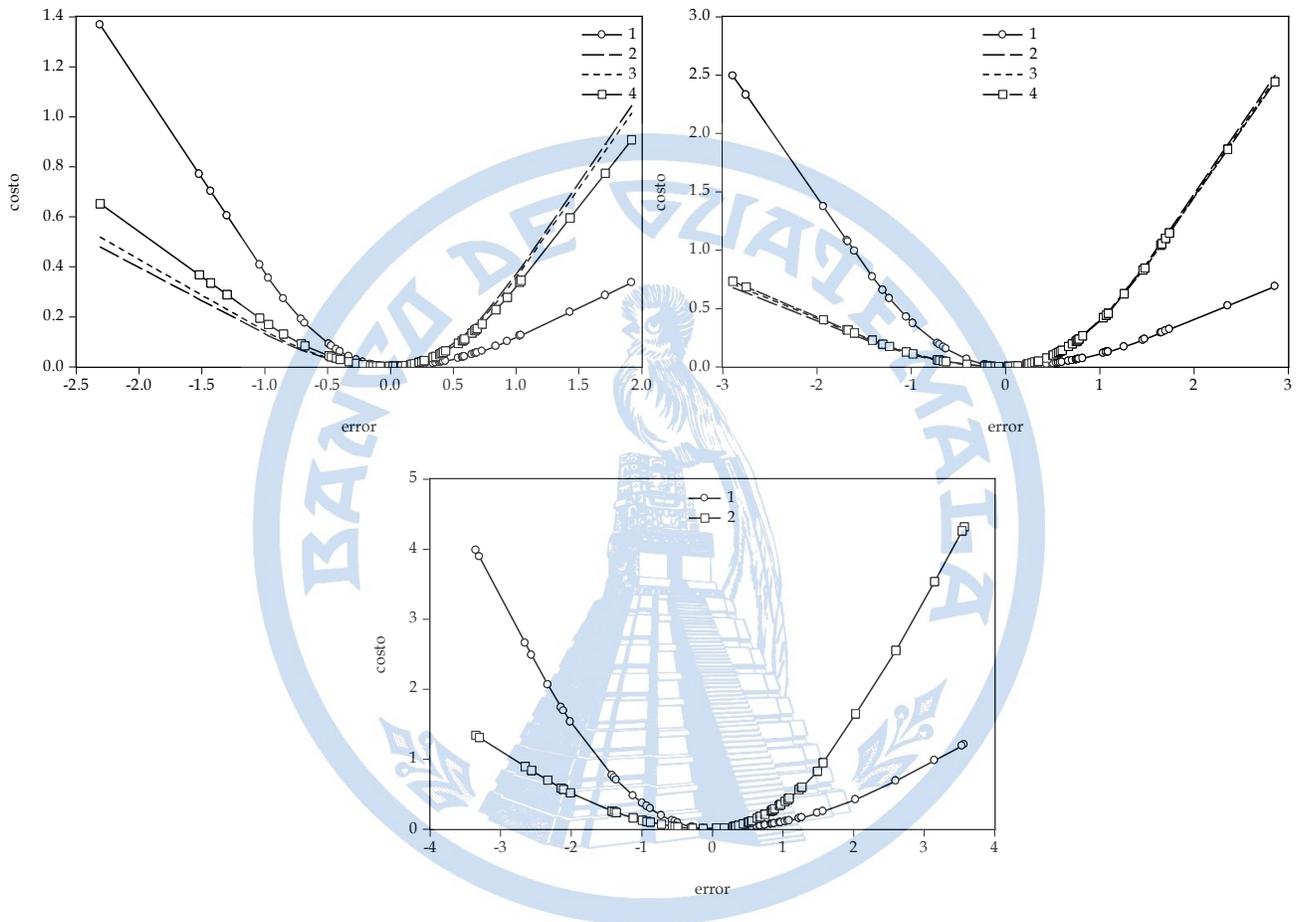
de sesgo constante en la formulación del pronóstico óptimo. A partir del resultado de Christoffersen y Diebold (1997), cuando se asume que el analista tiene una función de pérdida “lin-ex”, se sabe que es posible tener un sesgo variable siempre que la varianza condicional de la variable de interés no sea constante en el tiempo. En este contexto, Capistrán y Timmermann (2009) muestran que ambos componentes, uno constante y otro variable, son necesarios para entender la transición de un periodo, donde los analistas subestimaron sistemáticamente la inflación, a otro, posterior a 1982, cuando los analistas sobreestimaron esta variable de manera recurrente.

En nuestro caso la adopción del enfoque de Capistrán y Timmermann (2009) es problemática dado que, como se mostró en la sección 4.2, la inflación guatemalteca no admite componentes de varianza condicional variante en el tiempo. Sin embargo, una de las explicaciones alternativas al cambio de signo en el sesgo de los pronósticos de inflación en Estados Unidos esgrimida por los autores tiene cierto atractivo para los propósitos de esta sección. Capistrán y Timmermann (2009) mencionan que este fenómeno también puede ser explicado por un coeficiente de asimetría variante y que incluso puede cambiar de signo en el tiempo. En este trabajo, se adopta una estrategia sencilla para verificar si el coeficiente de asimetría de los analistas privados en Guatemala ha sufrido cambios en el tiempo. Para ello, estimamos la función de pérdida por subperiodos.

En la figura 6 se presenta las funciones de pérdida estimadas con muestras *rolling* por horizonte de predicción. Bajo esta estrategia de estimación, el tamaño de la ventana móvil de estimación es fijo e igual a 5 años. La elección de este tamaño considera el tamaño de los patrones de subestimación y sobreestimación de los pronósticos de inflación, de manera que la muestra esté balanceada en el número de episodios de errores positivos y negativos y, así, las funciones de pérdida puedan ser estimadas. Debido a que el tamaño de la muestra varía según el horizonte de predicción, el diseño de la estimación *rolling* varía en cada caso. Para el pronóstico de un mes adelante, la primera muestra consiste en información de los primeros 5 años, la segunda muestra empieza un año después, la tercera luego de dos años y finalmente la cuarta después de tres años, siempre en comparación con el primer dato de la muestra completa. Para el pronóstico de dos años adelante, se sigue un procedimiento. Por restricciones de datos, la cuarta muestra empieza 11 meses después del inicio de la

tercera muestra. Finalmente, para el pronóstico de tres meses adelante, la primera muestra corresponde a los primeros 5 años de datos, y la segunda (y última) muestra empieza 11 meses después.

Figura 6. Funciones de pérdida estimadas con muestras *rolling*
($h=1$: izquierda, $h=2$: derecha, $h=3$: inferior)



La estimación de las funciones de pérdida por subperiodos sigue el procedimiento adoptado anteriormente cuando se estimaron estas funciones con la muestra completa. El número de nodos y el valor de estos es el mismo, así como el conjunto de instrumentos considerado.

En la figura 6 las muestras de estimación están identificadas por los números 1, 2, 3 y 4, según el orden sugerido en el párrafo anterior. Así, por ejemplo, la función de pérdida para los pronósticos de un mes adelante

etiquetada con 1 corresponde a la función estimada con los primeros 60 datos. Es interesante notar que, en efecto, el grado de asimetría de la función de pérdida parece ser variante en el tiempo. Esta observación es válida para cualquier horizonte de predicción. Lo más interesante es, sin embargo, que la transición del grado de asimetría de las funciones de pérdida es común a los pronósticos de distintos horizontes de predicción. Existe un patrón que es compartido por las tres figuras. Al inicio de la muestra la forma de la función de pérdida es consistente con una aversión (relativa) a sobreestimar la inflación. A medida que pasa el tiempo, el signo de la asimetría cambia, hasta ser consistente con una aversión (relativa) a subestimar la inflación. Adicionalmente, la transición parece no ser gradual. Las funciones de pérdida estimadas con muestras intermedias de los pronósticos de uno y dos meses adelante (líneas 2 y 3 en las respectivas figuras) son casi indiscernibles de las funciones de pérdida estimadas con la muestra final.

Finalmente, la optimalidad de los pronósticos de los analistas privados es probada en cada ventana de estimación usando el estadístico de Hansen (1982). Como la ventana consiste de 5 años, los resultados deben tomarse con cautela. Los p -values asociados a la prueba de optimalidad de los pronósticos de un mes adelante son 0.06, 0.06, 0.03 y 0.04, para cada subperiodo de estimación. Estos valores constituyen evidencia clara en contra de la hipótesis nula de optimalidad. Igualmente, la optimalidad de los pronósticos de tres meses adelante no es soportada por las condiciones de ortogonalidad. Los p -values calculados para las dos submuestras son 0.08 y 0.04, respectivamente. Los resultados de la prueba de optimalidad correspondientes a los pronósticos de dos meses adelante difieren de los anteriores. Los p -values calculados son 0.21, 0.23, 0.13 y 0.10 para las cuatro submuestras, respectivamente. A niveles de significancia usuales (1%, 5%, 10%) estaríamos tentados a no rechazar la hipótesis nula de optimalidad de pronósticos bajo aproximaciones flexibles de la función de pérdida. Sin embargo, estos resultados deben interpretarse en contexto. Por un lado, los p -values, aunque mayores a los niveles de significancia comúnmente utilizados, son todavía pequeños para sugerir evidencia robusta a favor de la optimalidad de estos pronósticos. Por otro lado, es curioso observar que mientras los analistas privados producen pronósticos ineficientes en horizontes de predicción de uno y tres meses, produzcan, a la vez, pronósticos óptimos en un horizonte de dos meses.

En conclusión, incluso permitiendo que el grado de asimetría de las funciones de pérdida de los analistas privados varíe en el tiempo, la evidencia está más probablemente inclinada a rechazar la optimalidad de sus pronósticos bajo aproximaciones flexibles de su función de pérdida.

6. Conclusiones y recomendaciones

Luego de haber evaluado los pronósticos de horizontes de uno, dos y tres meses adelante de los analistas privados consultados en la encuesta de expectativas económicas del Banco de Guatemala, estamos en capacidad de responder la pregunta que motiva el presente estudio. Según la evidencia mostrada en este trabajo los pronósticos de los analistas privados no son óptimos y, por lo tanto, son susceptibles de mejora. Este resultado es robusto a la función de pérdida asumida o aproximada.

Se argumentó que las propiedades típicas descritas en la literatura para caracterizar a pronósticos óptimos solo aplican bajo supuestos restrictivos en la función de pérdida de los analistas. En particular, cuando se asume que ellos buscan minimizar una función de pérdida cuadrática y simétrica. Teóricamente, existen motivaciones que llegan a ser inconsistentes con estos supuestos. En el caso de los analistas privados en Guatemala, estas motivaciones parecen jugar un rol. Concretamente, los resultados de este documento son consistentes con un grado de aversión a sobrestimar o subestimar la inflación que es variante en el tiempo. Presumiblemente, este comportamiento asimétrico depende de la evolución de la inflación. La figura 1 sugiere que en tiempos de repunte inflacionario los analistas privados tienden a subestimar la inflación realizada, mientras que durante episodios de desinflación, ocurre lo contrario. Este sesgo puede ser una respuesta racional de los analistas a su aversión intrínseca de sobreestimar una tendencia alcista en la inflación o de subestimar una tendencia desinflacionaria. Aunque esta conjetura no fue probada porque no era uno de los objetivos de este trabajo, es un tema interesante para investigar en el futuro.

A la luz de estos resultados, a continuación se enumera una lista de recomendaciones cuyo objetivo es adoptar procedimientos metodológicos que ayuden a que la encuesta de expectativas económicas recoja pronósticos que puedan ser considerados eficientes.

Primero, se propone publicar los pronósticos de cada uno de los analistas privados consultados, de manera que los pronósticos sean juzgados de manera individual. Los pronósticos individuales no tienen que ser publicados con nombre y apellido necesariamente, sino con un código único que identifique a cada analista. Por ejemplo, este es el procedimiento seguido por la Encuesta a los Analistas Profesionales en Estados Unidos. Esta encuesta, además, deja a opción del analista permitir que su nombre sea publicado junto con sus pronósticos. La publicación de pronósticos individuales puede resultar bastante útil para juzgar la confiabilidad de los pronósticos y detectar comportamientos tipo efecto manada en la construcción de los pronósticos de inflación. Después de todo, los analistas consultados no viven en islas y podrían compartir sus pronósticos entre ellos. Adicionalmente, con la publicación de pronósticos individuales la forma como estos son analizados en conjunto se deja a discreción de la persona que quiere utilizar, evaluar o juzgar estos pronósticos. Actualmente, se publica el promedio de estos pronósticos. Ciertamente, esta medida central sería inapropiada si la distribución de los pronósticos a través de analistas es asimétrica.²⁷

Segundo, y en línea con el último comentario, se recomienda aumentar el número de analistas consultados. No se cuenta con información actualizada respecto del número de analistas consultados. Pero ciertamente, 9 analistas, que es el número de personas que al principio eran consultados en la encuesta, parece un número muy pequeño para lograr pronósticos de inflación confiables. Debe revisarse la evidencia internacional al respecto. Revisar el caso de los bancos centrales que también siguen el régimen de metas de inflación es un buen punto de partida.

²⁷ La evidencia es mixta. Por ejemplo, los bancos centrales de Chile y Perú publican la mediana de las proyecciones de los analistas encuestados, mientras que el Banco de México publica el valor promedio.

Apéndice

A.1 Uso de polinomios de Lagrange en la serie de pronósticos de tres meses

La serie de pronósticos de inflación de tres meses adelante presenta datos faltantes en las fechas que se indican en la primera columna del cuadro A-1. Para utilizar esta serie en el análisis de optimalidad se interpolan los datos correspondientes a estas fechas vía polinomios de Lagrange. El procedimiento de interpolación necesita la especificación de una cantidad fija de nodos. Suponga que se tiene el conjunto de nodos $\{x_0, \dots, x_n\}$ asociados a los valores $\{f(x_0), \dots, f(x_n)\}$ donde f es una función desconocida, y se quiere tener un valor aproximado de la función evaluada en un punto de interés x tal que $x_0 < x < x_n$. Este valor puede ser calculado usando la siguiente fórmula de interpolación de Lagrange:

$$P(x) = \sum_{k=0}^n f(x_k) \prod_{i \neq k}^n \frac{(x - x_i)}{(x_k - x_i)}$$

Los nodos elegidos para interpolar los datos faltantes son presentados en la segunda columna del cuadro A-1. Para tomar en cuenta la dinámica particular de la inflación guatemalteca la información que se usa en la interpolación varía respecto del dato o datos que se quiere interpolar. La serie resultante es presentada en la figura 2 del documento (panel inferior).

Cuadro A-1. Interpolación de Lagrange en los pronósticos de tres meses adelante

<i>Datos no reportados</i>	<i>Datos usados en la interpolación</i>
Ene-2006	Feb-2005 - Dic-2006
Ene-2007	Feb-2006 - Dic-2007
Ene-2008 - Feb-2008	Feb-2007 - Dic-2008
Ene-2009 - Feb-2009	Oct-2008 - Oct-2009

A.2 Construcción de la función de pérdida basada en *splines* cuadráticos

La construcción de la función de pérdida de los analistas privados se basa en *splines* cuadráticos. A su vez, los coeficientes de estos polinomios son calculados teniendo en cuenta mínimas restricciones que una función de pérdida debe cumplir. En particular, se asume que el costo asociado a una predicción perfecta es cero, i.e., $L(0) = 0$. Segundo, se asume que la función de pérdida es creciente en el valor absoluto del error de pronóstico. Polinomios de hasta un orden dos garantizan esta propiedad.

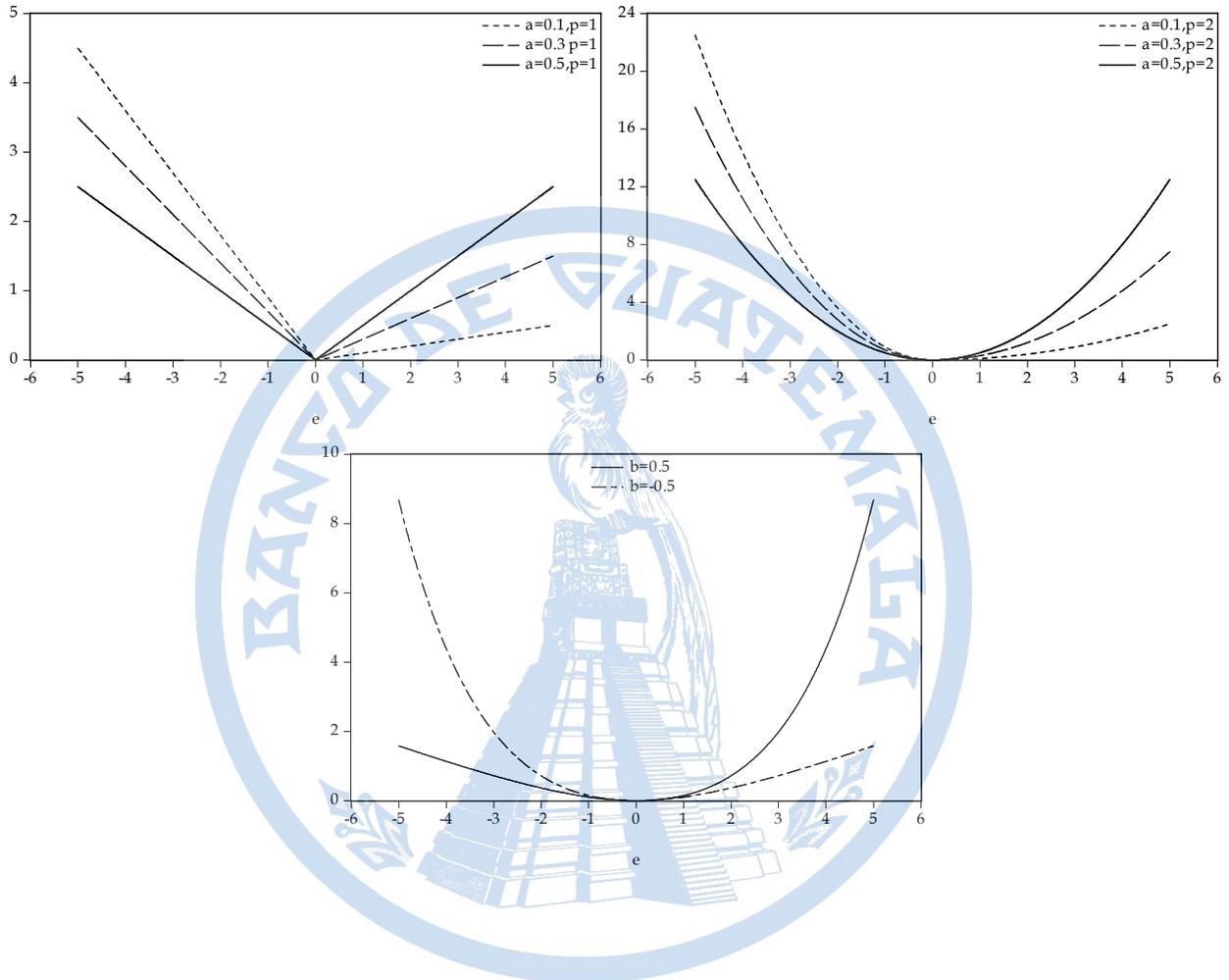
Considere el caso simple en el que $K = 3$. La figura 4 es útil para comprender el procedimiento que a continuación se explica. La primera propiedad sugiere que los polinomios P_2 y P_3 y sus primeras derivadas evaluadas en el nodo η_2 sean iguales a cero. Esta restricción implica que $a_2 = 0$, $a_3 = 0$, $b_2 = 0$ y $b_3 = 0$. Por otro lado, para garantizar que la función de pérdida sea diferenciable en cada uno de los nodos se impone que en los nodos η_1 y η_3 la primera derivada de los polinomios P_1 y P_2 , y P_3 y P_4 , respectivamente, coincidan. Estas restricciones implican que, para el nodo η_1 , $b_1 = 2\eta_1(c_2 - c_1)$ y para el nodo η_3 , $b_4 = 2\eta_3(c_3 - c_4)$. Finalmente, para garantizar que la función de pérdida sea continua se establece que en los nodos η_1 y η_3 los polinomios P_1 y P_2 , y P_3 y P_4 , respectivamente, coincidan. Este par de restricciones implican que $a_1 = \eta_1^2(c_2 - c_1) - b_1\eta_1$ y $a_4 = \eta_3^2(c_3 - c_4) - b_4\eta_3$. Estas últimas cuatro ecuaciones se combinan para obtener:

$$a_1 = \eta_1^2(c_1 - c_2)$$

$$a_4 = \eta_3^2(c_4 - c_3)$$

Como se indicó anteriormente, la relación entre los coeficientes de los polinomios y los parámetros de la aproximación (7) se reduce a $c_i = 0.5\gamma_i$, lo que significa que una vez estimados los parámetros de (7) es posible calcular los coeficientes a_1 y a_4 . De esta manera, la función de pérdida queda completamente caracterizada.

Figura A-1. Funciones de pérdida típicas usadas en la literatura:
Familia de funciones de Elliott *et al.* (2005) (superior)
y función de pérdida "lin-ex" (inferior)



1. Referencias

1. Andrews, Donald (1991). "Heteroskedasticity and Autocorrelation Consistent Covariance Matrix Estimation." *Econometrica*, Vol. 59, No. 3, pp. 817-858.
2. Andrews, D. y J. C. Monahan (1992). "An Improved Heteroskedasticity and Autocorrelation Consistent Covariance Matrix Estimator." *Econometrica*, Vol. 60, No. 4, pp. 953-966.
3. Bai, J. y P. Perron (1998). "Estimating and Testing Linear Models with Multiple Structural Changes." *Econometrica*, Vol. 66, No. 1, pp. 47-78.
4. Bai, J. y P. Perron (2003). "Computation and Analysis of Multiple Structural Change Models." *Journal of Applied Econometrics*, Vol. 18, No. 1, pp. 1-22.
5. Banco de Guatemala (2004). Resolución de la Junta Monetaria JM-160-2004.
6. Banco de Guatemala (2005). Resolución de la Junta Monetaria JM-185-2005.
7. Banco de Guatemala (2007). Resolución de la Junta Monetaria JM-211-2007.
8. Banco de Guatemala (2008a). Conferencia de Prensa de la licenciada María Antonieta de Bonilla, Presidenta de la Junta Monetaria y del Banco de Guatemala. Fecha: 24 de diciembre de 2008.
9. Banco de Guatemala (2008b). Resolución de la Junta Monetaria JM-161-2008.
10. Banco de Guatemala (2009). Resolución de la Junta Monetaria JM-145-2009
11. Banco de Guatemala (2010). Resolución de la Junta Monetaria JM-161-2010.
12. Banco de Guatemala (2011). Resolución de la Junta Monetaria JM-171-2011.
13. Box, G. y G. Jenkins (1976). "Time series analysis: forecasting and control." San Francisco, Holden Day.
14. Brown, B. y S. Maital (1981). "What do Economists Know? An Empirical Study of Experts' Expectations." *Econometrica*, Vol. 49, No. 2, pp. 491-504.
15. Capistrán, Carlos (2008). "Bias in Federal Reserve inflation forecasts: is the Federal Reserve irrational or just cautious?" *Journal of Monetary Economics*, Vol. 55, pp. 1415-1427.
16. Capistrán, C. y A. Timmermann (2009). "Disagreement and Biases in Inflation Expectations." *Journal of Money, Credit and Banking*, Vol. 41, No. 2-3.

17. Cochrane, John (1991). "Pitfalls and Opportunities: what Macroeconomists Should Know about Unit Roots: Comment." *NBER Macroeconomics Annual*, Vol. 6, pp. 201-210.
18. Christoffersen, P. y F. Diebold (1997). "Optimal prediction under asymmetric loss." *Econometric Theory*, 13, pp. 808-817.
19. Diebold, F. y J. Lopez (1996). "Forecast Evaluation and Combination." En G. S. Maddala y C. R. Rao, eds., *Handbook of Statistics*, Vol. 14.
20. Elliott, G., I. Komunjer y A. Timmermann (2005). "Estimation and Testing of Forecast Rationality under Flexible Loss." *Review of Economic Studies*, Vol. 72, No. 4, pp. 1107-1125.
21. Elliot, G. y A. Timmermann (2008). "Economic Forecasting." *Journal of Economic Literature*, Vol. 46, No. 1, pp. 3-56.
22. Elliott, G., I. Komunjer y A. Timmermann (2008). "Biases in Macroeconomic Forecasts: Irrationality or Asymmetric Loss." *Journal of the European Economic Association*, Vol. 6, No. 1, pp. 122-157.
23. Engle, Robert (1982). "Autoregressive conditional heteroscedasticity with estimates of the variance of United Kingdom inflation." *Econometrica*, Vol. 50, No. 4, pp. 987-1007.
24. Granger, C. W. J. y M. Machina (2006). "Forecasting and Decision Theory." En Graham, Elliott, Clive W. J. Granger y A. Timmermann, eds., *Handbook of Economic Forecasting*, Vol. 1, Chapter 2.
25. Granger, Clive W. J (1969). "Prediction with a Generalized Cost of Error Function." *The OR Society*, Vol. 20, No. 2, pp. 199-207.
26. Hamilton, James (1989). "A New Approach to the Economic Analysis of Nonstationary Time Series and the Business Cycle" *Econometrica*, Vol. 57, No. 2, pp. 357-384.
27. Hansen, Bruce (1996). "Inference when a Nuisance Parameter is Not Identified under the Null Hypothesis." *Econometrica*, Vol. 64, No. 2, 413-430.
28. Hansen, Bruce (1997). "Inference in TAR Models." *Studies in Nonlinear Dynamics and Econometrics*, Vol. 2, No. 1.
29. Hansen, Lars Peter (1982). "Large Sample Properties of Generalized Method of Moments Estimators." *Econometrica*, Vol. 50, No. 4, pp. 1029-1054.
30. Ljung, G. M y G. E. Box (1978). "On a measure of a lack of fit in time series models." *Biometrika*, Vol. 65, No. 2, pp. 297-303.

31. Mincer, J. y V. Zarnowitz (1969). "The Evaluation of Economic Forecasts." En J. A. Mincer, ed., *Economic Forecasts and Expectations: Analysis of Forecasting Behavior and Performance*. NBER.
32. Miranda, M. y P. Fackler (2002). *Applied Computational Economics and Finance*. The MIT Press.
33. Muth (1961). "Rational Expectations and the Theory of Price Movements." *Econometrica*, Vol. 29, No. 3, pp. 315-335.
34. Patton, A. y A. Timmermann (2007a). "Testing Forecast Optimality Under Unknown Loss." *Journal of the American Statistical Association*, Vol. 102, No. 480, pp. 1172-1184.
35. Patton, A. y A. Timmermann (2007b). "Properties of optimal forecasts under asymmetric loss and nonlinearity." *Journal of Econometrics*, Vol. 140, pp. 884-918.
36. Silverman, B. W. (1986). "Density Estimation for Statistics and Data Analysis." London: Chapman & Hall.
37. Timmermann, Allan (2006). "An Evaluation of the World Economic Outlook Forecasts." *IMF Working Paper* WP/06/59. International Monetary Fund.
38. Zellner, Arnold (1986). "Biased predictors, rationality and the evaluation of forecasts". *Economics Letters* 21, pp. 45-48.

