BANCO DE GUATEMALA

Documentos de Trabajo

CENTRAL BANK OF GUATEMALA

Working Papers

No. 135

POLÍTICA MONETARIA Y FLUCTUACIONES MACROECONÓMICAS EN PRESENCIA DE MERCADOS LABORALES INFORMALES: UN MODELO DSGE BAYESIANO PARA GUATEMALA*

Año 2015

Autor:
Carlos Javier Rodríguez Espejo

***Trabajo ganador del 1er. lugar, reconocimiento otorgado por el Jurado Calificador del Certamen Permanente de Investigación sobre Temas de Interés para la Banca Central Dr. Manuel Noriega Morales, Edición XXVI.**

BANCO DE GUATEMALA

La serie de Documentos de Trabajo del Banco de Guatemala es una publicación que divulga los trabajos de investigación económica realizados por el personal del Banco Central o por personas ajenas a la institución, bajo encargo de la misma. El propósito de esta serie de documentos es aportar investigación técnica sobre temas relevantes, tratando de presentar nuevos puntos de vista que sirvan de análisis y discusión. Los Documentos de Trabajo contienen conclusiones de carácter preliminar, las cuales están sujetas a modificación, de conformidad con el intercambio de ideas y de la retroalimentación que reciban los autores.

La publicación de Documentos de Trabajo no está sujeta a la aprobación previa de los miembros de la Junta Monetaria del Banco de Guatemala. Por lo tanto, la metodología, el análisis y las conclusiones que dichos documentos contengan son de exclusiva responsabilidad de sus autores y no necesariamente representan la opinión del Banco de Guatemala o de las autoridades de la institución.

**********************************©*********************************

The Central Bank of Guatemala Working Papers Series is a publication that contains economic research documents produced by the Central Bank staff or by external researchers, upon the Bank’s request. The publication’s purpose is to provide technical economic research about relevant topics, trying to present new points of view that can be used for analysis and discussion. Such working papers contain preliminary conclusions, which are subject to being modified according to the exchange of ideas, and to feedback provided to the authors.

The Central Bank of Guatemala Working Papers Series is not subject to previous approval by the Central Bank Board. Therefore, their methodologies, analysis and conclusions are of exclusive responsibility of their authors, and do not necessarily represent the opinion of either the Central Bank or its authorities.

Índice de Contenidos

Política Monetaria y Fluctuaciones Macroeconómicas en presencia de Mercados Laborales Informales: Un modelo DSGE Bayesiano para Guatemala

1. Introducción

Los modelos de Equilibrio General Dinámicos y Estocásticos (DSGE, por sus siglas en inglés) - y en particular el modelo Neokeynesiano – se han convertido en los últimos años en una herramienta útil y ampliamente utilizada tanto por académicos, los Bancos Centrales alrededor del mundo, y otras autoridades de política, a la hora de estudiar el diseño de la política monetaria y la política fiscal. Sin embargo, el modelo Neokeynesiano estándar y una rama importante de esta literatura omite en su análisis la existencia de fricciones en el mercado laboral, pues muchas veces estos modelos asumen que el mercado laboral funciona en un contexto de competencia perfecta y, por lo tanto, las fluctuaciones agregadas solo afectan el mercado de trabajo en el margen laboral intensivo. Sin embargo, diversos estudios empíricos han demostrado que a lo largo del ciclo económico el uso del factor trabajo se ajusta no solo en el margen intensivo, sino también en el extensivo, lo que crea fluctuaciones en el desempleo. En consecuencia, este modelo no está calificado para estudiar el nexo entre inflación y desempleo, y tiene límites para explicar algunos hechos estilizados de los datos (Castillo y Montoro, 2012).

Recientemente, algunos autores (Blanchard y Gali 2010, entre otros) han ampliado el modelo neokeynesiano estándar con la inclusión de desempleo y fricciones en el mercado del trabajo en la línea del modelo de Diamond, Mortensen y Pissarides (DMP).

El modelo DMP incluye fricciones laborales, como el costo de emparejar las vacantes disponibles con las personas en busca de trabajo. Las fricciones de este tipo generan una dinámica en la tasa de desempleo que se aproxima más a los datos e incide en la política monetaria.

Para el caso de las economías desarrolladas resulta importante estudiar los flujos entre empleo y desempleo, ya que capturan la mayor parte de las fluctuaciones del mercado laboral. Sin embargo, en economías en desarrollo, como Guatemala, cuyos mercados laborales se caracterizan por tener una gran proporción de la fuerza de trabajo en el sector informal, resulta más importante analizar los flujos entre los sectores formal e informal.Según un reciente informe del Banco Interamericano de Desarrollo, América Latina y El Caribe, presenta en promedio 56% de informalidad laboral, constituyéndola como la región del mundo que registra el mayor grado de trabajo informal. Asimismo, según las últimas estimaciones del tamaño del sector informal utilizando el índice de economía subterránea de Scheneider (Scheneider et al, 2010), Guatemala es uno de los países de Centroamérica y de Latinoamérica, en general, con mayor nivel de informalidad, tal como lo demuestra el gráfico que presentamos a continuación.

Elaboración: Propia. Datos: Obtenidos de Schneider et al (2010)

Como se puede ver, el alto nivel de informalidad en el mercado laboral, constituye un hecho estilizado importante de la economía guatemalteca. En ese sentido, es posible afirmar que desde un punto de vista macroeconómico, las economías en desarrollo se diferencias de las economías desarrolladas en algunas características importantes como la existencia de un sector informal considerable. Este tipo de características generan diferentes reacciones de los agregados macroeconómicos del país en respuesta a los mismos shocks. En tal sentido, intentar aplicar los mismos modelos elaborados para economías desarrolladas para estudiar países en desarrollo es un ejercicio sin mayor sentido y podría llevarnos a conclusiones equivocadas y recomendaciones de política contraproductivas (Ahmed et al, 2012). En ese sentido es necesario elaborar modelos macroeconómicos estructurales para economías en desarrollo, como la economía guatemalteca, que intenten modelar explícitamente las características más relevantes de estas economías, como el alto nivel de informalidad laboral por ejemplo.

Dada la importancia de la informalidad en los países en desarrollo, el diseño de la política monetaria debería prestar especial cuidado a sus efectos en el mercado laboral y en la dinámica inflacionaria. En particular, desde el punto de vista de la política monetaria, es importante responder las siguientes preguntas: ¿cómo incide la presencia de un sector informal en la dinámica inflacionaria y en el mecanismo de transmisión de la política monetaria? En ese sentido, el objetivo de la presente investigación es analizar como afecta la presencia de un sector informal el comportamiento de las principales variables macroeconómicas en respuesta a shocks exógenos domésticos y foráneos.

Para ello intentamos abordar esta pregunta modelando la coexistencia de un mercado laboral formal, caracterizado por tasas de salarios más altos y fricciones de búsqueda de empleo, y a su vez modelamos un mercado laboral informal, con las características opuestas. Todo ello dentro de un modelo Neo-Keynesiano para una economía pequeña y abierta multisectorial, que modela explícitamente un sector transable y un sector no transable. Asimismo, se modelan las fricciones en el mercado laboral siguiendo a Blanchard y Gali (2010), y se extiende el modelo de Castillo y Montoro (2012) quienes plantean un modelo neokeynesiano con informalidad, pero en un contexto de economía cerrada.Finalmente, podemos mencionar que un set de parámetros del modelo es estimado utilizando técnicas bayesianas, las cuales se han convertido en la metodología estándar de estimación de modelos DSGE en la literatura. En particular, haremos uso de los métodos conocidos como Cadenas de Markov Montecarlo (MCMC) para poder aproximarnos a las distribuciones posteriores de los parámetros estimados, los cuales son calculados utilizando un *sampler* indirecto como lo es el algoritmo de Metropolis-Hastings.

El documento se divide en cinco secciones. En la segunda sección, se describe el modelo DSGE de tipo neokeynesiano construido para capturar las características más relevantes de la economía guatemalteca, y en ese sentido incorpora explícitamente el sector informal de la economía. En la sección 3, se describe la metodología de estimación utilizada, la cual se basa en técnicas bayesianas, ampliamente usadas por la literatura de modelos macroeconómicos en los últimos años. En la sección 4, se presentan los resultados de las estimaciones bayesianas, se comparan las distribuciones prior con las distribuciones *posterior,* y además se presentan las gráficas de impulso-respuesta obtenidas de la simulación del modelo utilizando como valores para los parámetros, los valores obtenidos mediante la estimación bayesiana. Por último, en la sección 5, se presentan las conclusiones de la presente investigación, así como algunas recomendaciones de política. En los anexos, se presentan algunas derivaciones más detalladas de las ecuaciones del modelo, las cuales son importantes.

2. Modelo teórico: El modelo Neokeynesiano con Informalidad

2.1 Generalidades del modelo

El modelo neokeynesiano para una economía pequeña y abierta y con presencia de mercados laborales informales desarrollado para analizar el efecto de la informalidad en las fluctuaciones macroeconómicas y la política monetaria de Guatemal se explica adetalle en la presente sección. Este modelo toma elementos de diversos modelos que son conocidos en la literatura por tener buenas propiedades de ajuste con los datos. Seguimos a Gali y Monacelli (2005) quienes formularon el primer modelo neokeynesiano para una economa pequeña y abierta (SOE, por sus siglas en inglés). Asimismo, siguiendo a Lubik (2003) Santacreu (2005), se extiende el modelo para una economía pequeña y abierta, incorporando bienes transables y no transables. Además, siguiendo a Monacelli (2005) se extiende el modelo SOE básico y se incorpora la existencia de pass-through del tipo de cambio imperfecto. Este hecho ha sido corroborado por la evidencia empírica para diversos países en desarrollo, incluyendo Guatemala: ver por ejemplo Carpio y Mendoza (2007) quienes encuentran que el efecto traspaso del tipo de cambio es asimétrico, utilizando un modelo de vectores autorregresivos (VAR) con cambio de régimen para modelar no linealidades. Además de rigideces de precios a la Calvo (1983), seguimos a Gali y Gertler (1999) para incorporar indexación de precios en el modelo. Por el lado del mercado laboral, seguimos el trabajo de Blanchard y Gali (2010), quienes se basan en el modelo de Diamond, Mortensen y Pissarides, para incorporar fricciones y costos de búsqueda en el mercado laboral, dentro de un modelo neokeynesiano caracterizado por rigideces nominales. Por último, seguimos a Castillo y Montoro (2010) quienes propusieron un modelo Neokeynesiano con informalidad pero para el caso de una economía cerrada, y modelando solo bienes transables.

2.2 El comportamiento de las familias

Suponemos que nuestra economía pequeña y abierta al resto del mundo está habitada por un continuo de familias idénticas que viven infinitos perodos. Dichas familias buscan maximizar el esperado del valor presente descontado de su utilidad:

$$\max_{\{C_t, L_t\}_{t=0}^{\infty}} E_0 \left\{ \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \left(\frac{(C_t - bC_{t-1})^{1-\sigma}}{1-\sigma} - \eta \frac{(L_t)^{1+\varphi}}{1+\varphi} \right) \right\} \tag{1}$$

Las familias descuentan los flujos de utilidad futura a la tasa $\beta \in (0,1)$ que representa el factor de descuento subjetivo de las familias. C_t representa el consumo (agregado) de bienes por parte de la familia, y la variable L_t es un índice que agrega la oferta laboral de la familia. Por otro lado, el parámetro σ representa la inversa de la elasticidad intertemporal de sustitución del consumo, el parámetro φ es la inversa de la elasticidad de la oferta de trabajo con respecto al salario real, y el parámetro b mide la intensidad o grado de formación de hábitos. Por último, el parámetro η captura la desutilidad marginal del trabajo. El consumo agregado de las familias, denotado por C_t, es un ndice de cantidades que agrupa a los bienes transables $C_{T,t}$ y los bienes no transables $C_{N,t}$ consumidos por el hogar, siguiendo una función de agregación de tipo Armington-CES, tal como lo formularan orignalmente Dixit y Stiglitz (1977):

$$C_t = \left[(1-\gamma_1)^{\frac{1}{\theta_1}} C_{T,t}^{\frac{(\theta_1-1)}{\theta_1}} + \gamma_1^{\frac{1}{\theta_1}} C_{N,t}^{\frac{(\theta_1-1)}{\theta_1}} \right]^{\frac{\theta_1}{(\theta_1-1)}} \tag{2}$$

El parámetro θ_1 mide la elasticidad de sustitución entre bienes transables y no transables. Por otro lado, el parámetro $\gamma_1 \in (0,1)$ mide la ponderación que la familia le asigna al consumo de bienes no transables. Es importante señalar que las familias deben resolver dos problemas de optimización simultáneamente: un problema intratemporal y un problema intertemporal $(\forall t = 0,1,2,...)$. El problema intratemporal de las familias consiste en elegir, el día de hoy, óptimamente su consumo de bienes transables y su consumo de bienes no transables de tal manera de que se maximice su utilidad. No obstante, también es posible resolver este problema mediante la minimización de su gasto en bienes de consumo (problema dual). Para ello, podemos proceder siguiendo el método conocido como "presupuesto en dos estados" de Dixit y Stiglitz (1977). En el primer estado, las familias determinan el gasto total que asignarán a los bienes de consumo C_t. En el segundo estado, las familias deben determinar la demanda óptima de cada tipo de bien (transable y no transable), de tal manera que se minimice el gasto agregado en bienes de consumo. Formalmente tenemos que:

$$\min_{C_{T,t}, C_{N,t}} P_{T,t} C_{T,t} + P_{N,t} C_{N,t} \quad s.a \; C_t = \left[(1-\gamma_1)^{\frac{1}{\theta_1}} C_{T,t}^{\frac{(\theta_1-1)}{\theta_1}} + \gamma_1^{\frac{1}{\theta_1}} C_{N,t}^{\frac{(\theta_1-1)}{\theta_1}} \right]^{\frac{\theta_1}{(\theta_1-1)}} \tag{3}$$

Luego de resolver el problema de asignación óptima del gasto en bienes transables y no transables, obtenemos las demandas óptimas para ambos tipos de bienes:

$$C_{T,t} = (1-\gamma_1)\left(\frac{P_{T,t}}{P_t}\right)^{-\theta_1} C_t \; .....(4) \qquad C_{N,t} = \gamma_1 \left(\frac{P_{N,t}}{P_t}\right)^{-\theta_1} C_t \; ....(5)$$

donde $P_{T,t}, P_{N,t}, P_t$ son los ndices de precios de los bienes transables, de los bienes no transables y de la canasta de consumo agregado respectivamente. En particular, el precio de la canasta de consumo C_t está dado por P_t y puede ser interpretado como el índice de precios al consumidor (IPC): $P_t = \left[(1-\gamma_1)(P_{T,t})^{1-\theta_1} + \gamma_1 (P_{N,t})^{1-\theta_1}\right]^{1/(1-\theta_1)}$ (6)

Es importante, además, señalar que los bienes transables que son consumidor domésticamente provienen de 2 destinos: una fracción de ellos son producidos domésticamente y la fracción restante es producida en el resto del mundo (bienes importados). En ese sentido, el consumo de bienes transables está determinado por la siguiente función tipo CES que agrega los bienes transables producidos dentro del país $(C_{H,t})$ y los bienes transables importados $(C_{M,t})$:

$$C_{T,t} = \left[(1-\gamma_2)^{\frac{1}{\theta_2}} (C_{H,t})^{\frac{(\theta_2-1)}{\theta_2}} + \gamma_2^{\frac{1}{\theta_2}} (C_{M,t})^{\frac{(\theta_2-1)}{\theta_2}}\right]^{\frac{\theta_2}{(\theta_2-1)}} \tag{7}$$

El parametro θ_2 mide la elasticidad de sustitucion entre los bienes transables producidos domésticamente $(C_{H,t})$ y los bienes transables importados $(C_{M,t})$. Por su parte, el parámetro $\gamma_2 \in (0,1)$ representa la ponderación que la familia le asigna al consumo de bienes importados. En ese sentido, γ_2 puede ser interpretado como el grado de apertura de la economa.Al igual que para el consumo total o agregado C_t, la familia debe asignar óptimamente su gasto y repartirlo en el consumo de bienes transables producidos domésticamente y en bienes transables producidos en el resto del mundo. Es decir, las familias deben resolver un problema similar al descrito en (3). La demanda óptima de bienes transables producidos en el país y de bienes transables importados están dadas por: $C_{H,t} = (1-\gamma_2)\left(\frac{P_{H,t}}{P_{T,t}}\right)^{-\theta_2} C_{T,t}$ … (8) $C_{M,t} = \gamma_2\left(\frac{P_{M,t}}{P_{T,t}}\right)^{-\theta_2} C_{T,t}$ … (9)

donde $P_{H,t}, P_{M,t}$ son los precios de los bienes transables producidos domésticamente y de los bienes transables importados, respectivamente. Asimismo, el índice de precios de los bienes transables $P_{T,t}$ está dado por: $P_{T,t} = [(1-\gamma_2)(P_{H,t})^{1-\theta_2} + \gamma_2(P_{M,t})^{1-\theta_2}]^{\frac{1}{(1-\theta_2)}}$ (10)

Luego, el gasto total que las familias destinan a los bienes de consumo está dado por:

$$P_tC_t = P_{T,t}C_{T,t} + P_{N,t}C_{N,t} = P_{H,t}C_{H,t} + P_{M,t}C_{M,t} + P_{N,t}C_{N,t} \qquad (11)$$

Como se señaló anteriormente, L_t representa un índice que agrupa la oferta laboral de la familia. En ese sentido, L_t está compuesto por una fracción de miembros de la familia quienes ofertan su trabajo al sector formal $(L_{F,t})$, mientras que la fracción restante oferta su mano de obra al sector informal $(L_{I,t})$. Este índice agregado de la oferta laboral de la familia también sigue una especificación de tipo CES:

$$L_t = \left[\tau_L^{\frac{1}{\theta_L}}(L_{F,t})^{\frac{1+\theta_L}{\theta_L}} + (1-\tau_L)^{\frac{1}{\theta_L}}(L_{I,t})^{\frac{1+\theta_L}{\theta_L}}\right]^{\frac{\theta_L}{(1+\theta_L)}} \qquad (12)$$

donde τ_L es un parámetro que representa la fracción de miembros del hogarque se encuentran empleados en el sector formal de la economa, y en consecuencia $(1-\tau_L)$ representara la fracción que trabaja en el sector informal. Por otro lado, el parámetro $\theta_L \in (0,\infty)$ captura la elasticidad de sustitución de la oferta laboral entre el sector formal y el informal. Modelar la oferta laboral del hogar de esta manera nos permite tomar en cuenta la imperfecta movilidad laboral que existe entre el sector formal y el sector informal. Este argumento es coherente con el supuesto de mercados laborales segmentados. En ese sentido, la función de agregación (ecuación 12) captura la idea de que la movilidad laboral entre el sector formal y el sector informal es imperfecta, y como resultado de ello, los salarios que recibirán los trabajadores del sector informal serán distintos del salario recibido por un trabajador del sector formal.

Asimismo, siguiendo el modelo original de Harris y Todaro y las discusiones de Zenou (2008), introducimos los siguientes dos supuestos con la finalidad de preservar la tratabilidad del modelo. Primero, asumiremos que cuando un trabajador del sector formal se encuentra desempleado, este preferirá seguir en dicha condición y continuar su búsqueda de empleo en el sector formal, antes que aceptar un empleo en el sector informal. Segundo, los trabajadores del sector informal no pueden buscar empleo en el sector formal mientras se encuentran trabajando en el sector informal. Esto implica que los trabajadores en el sector informal deberán renunciar primero a su empleo vigente y pasar a ser desempleados para recién poder iniciar su búsqueda de un empleo en el sector formal. En consecuencia, en cada perodo t, existirá una fracción de trabajadores del sector informal δ_I que decidirá dejar su empleo.La dinámica de las fracciones de miembros del hogar que se encuentran empleados en el sector formal $L_{F,t}$ y en el sector informal $L_{I,t}$ pueden ser descritas mediantes las siguientes ecuaciones:

$$L_{F,t} = (1-\delta_F)L_{F,t-1} + A_{F,t} \; \ldots \; (13) \qquad L_{I,t} = (1-\delta_I)L_{I,t-1} \; \ldots (14)$$

donde $A_{F,t}$ representa la nueva creación de empleos en el sector formal y δ_F es la tasa de renuncias del sector formal en el perdo t. Por simplicidad, asumimos que $\delta_F = \delta_I = \delta$. Las ecuaciones (13) y (14) implica que estamos asumiendo que a nivel de los hogares (y a nivel de la economía) hay una cierta cantidad constante de mano de obra que se distribuye entre: empleo en el sector formal, empleo en el sector informal y el desempleo. Asimismo, en cada período hay un flujo de trabajadores, tanto del sector formal como del sector informal, que pasan a estar desempleados. A su vez, cada período hay miembros del hogar que dejan de estar desempleados, pero este flujo solo pasa al sector formal, al ser contratados por las firmas, y está denotado por la variable $A_{F,t}$. Por lo tanto, de acuerdo a (13) y (14), cada período hay una tasa positiva de trabajadores que pasan de estar empleados a estar desempleados, lo cual aumenta la tasa de desempleo en las siguientes cantidades: $\delta L_{F,t-1}$ y $\delta L_{I,t-1}$. Asimismo, la creación de nuevos empleos, $A_{F,t}$, genera aumentos en el empleo. Es necesario señalar que en el presente modelo estamos considerando lo que en la literatura de Economía Laboral se conoce como margen extensivo de la oferta laboral, toda vez que $L_{F,t}$ y $L_{I,t}$ representan los flujos de entrada y salida de la fuerza de trabajo, a diferencia de diversos estudios de corte microeconométrico quienes modelo la oferta laboral utilizando el concepto de margen intensivo, entendido como la cantidad de horas de trabajo ofrecidas.

La fracción de miembros del hogar que se encuentran desempleados, al inicio del perodo t, está dada por:

$$U_t = 1-(1-\delta)(L_{F,t-1}+L_{I,t-1}) \tag{15}$$

El empleo en el sector formal e informal es remunerado con los salarios nominales denotamos por $W_{F,t}$ y $W_{I,t}$ respectivamente[1]. Dadas las caractersticas del mercado

[1] En principio, siguiendo el modelo de Diamond, Mortensen y Pissarides, podríamos asumir que los trabajadores desempleados gozan de algún tipo de ingreso, como por ejemplo un seguro de desempleo. Sin embargo, no incorporar esto dentro del presente modelo no genera mayores cambios en la dinámica del mismo.

laboral en nuestro modelo, las siguientes concidiciones deben ser satisfechas:

$$L_{F,t} \geq 0, L_{I,t} \geq 0, u_t \geq 0, W_{F,t} > W_{I,t}, L_{F,t} + L_{I,t} + u_t = 1 \qquad (17)$$

Luego de una breve explicación de cómo está compuesta la oferta de mano de obra por parte de los miembros del hogar, regresemos al problema de optimización intertemporal que enfrentan los hogares. Para ello es necesario que defininamos los componentes de la restricción presupuestaria de la familia. Los ingresos de la restricción presupuestaria de las familia consta de los siguientes elementos. En primer lugar, dado que los hogares son dueños de las firmas, reciben dividendos. Asimismo, reciben ingresos provenientes de la mano de obra que ofertan tanto al sector formal como al sector informal; y reciben un rendimiento nominal (R_{t-1}) de la tenencia de bonos del perodo anterior (B_{t-1}):

$$P_t C_t + B_t \leq W_{F,t} L_{F,t} + W_{I,t} L_{I,t} + D_t + R_{t-1} B_{t-1} \qquad (18)$$

Por otro lado, el gasto de las familias se reparte en gasto en bienes de consumo C_t y en la compra de activos (bonos), B_t. El problema de optimización intertemporal que enfrentan las familias puede ser resuelto por medio de la función Lagrangeana dada por la ecuación (19). al resolver dicho problema, la familia tomará a $L_{F,t}$ como dado. Esto se deriva del hecho que la oferta de $L_{F,t}$ es el resultado de un proceso de negociación (*à la* Nash) entre firmas y trabajadores en el sector formal para determinar el salario de los trabajadores. Este proceso de negociación es estándar en la literatura de modelos DSGE con fricciones laborales[2].

[2] Para un enfoque similar ver Blanchard y Gali (2010) y Mattesini y Rossi (2009).

$$\max_{\{C_t, B_t, L_{I,t}\}_{t=0}^{\infty}} E_0 \left\{ \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \left[\begin{array}{c} \frac{(C_t - bC_{t-1})^{1-\sigma}}{1-\sigma} - \frac{\eta}{1+\varphi} \left[\tau_L^{-\frac{1}{\theta_L}} (L_{F,t})^{\frac{1+\theta_L}{\theta_L}} + (1-\tau_L)^{-\frac{1}{\theta_L}} (L_{I,t})^{\frac{1+\theta_L}{\theta_L}} \right]^{\frac{\theta_L(1+\varphi)}{(1+\theta_L)}} \\ -\lambda_t \left[P_t C_t + B_t - W_{F,t} L_{F,t}^{-\frac{1}{\theta_L}} - W_{I,t} L_{I,t} - D_t - R_{t-1} B_{t-1} \right] \end{array} \right] \right\}$$

(19)

Las condiciones de primer orden del problema intertemporal de las familias estan dadas por las siguientes ecuaciones:

$$\frac{\partial}{\partial C_t} : (C_t - bC_{t-1})^{-\sigma} = \lambda_t P_t \ldots (20) \qquad \frac{\partial}{\partial B_t} : \beta E_t \lambda_{t+1} R_t = \lambda_t \ \ldots (21)$$

Combinando las dos ecuaciones anteriores, podemos encontrar la ecuación de Euler:

$$\beta E_t \frac{(C_{t+1} - bC_t)^{-\sigma} P_t}{(C_t - bC_{t-1})^{-\sigma} P_{t+1}} = \frac{1}{R_t} \qquad (22)$$

La otra condición de primer orden:

$$\frac{\partial}{\partial L_{I,t}} : \eta \left[\tau_L^{-\frac{1}{\theta_L}} (L_{F,t})^{\frac{1+\theta_L}{\theta_L}} + (1-\tau_L)^{-\frac{1}{\theta_L}} (L_{I,t})^{\frac{1+\theta_L}{\theta_L}} \right]^{\frac{(\theta_{L\varphi}-1)}{(1+\theta_L)}} \left(\frac{L_{I,t}}{1-\tau_L} \right)^{\frac{1}{\theta_L}} = \lambda_t W_{I,t} \ (23)$$

Como se puede ver en la expresión anterior, la igualdad entre el salario real y la tasa marginal de sustitución del consumo y el ocio se cumple solo para el sector informal, Esto se debe a que la oferta laboral en el sector formal se determina a traves de un proceso de negociación entre los trabajadores y las firmas[3].

2.3. Firmas productoras de bienes domésticos

2.3.1 Bienes Intermedios Transables, Bienes Finales No Transables

[3] La justificación de este argumento es que el sector formal está caracterizado por fricciones laborales, para la búsqueda y contratación de nuevos empleados, lo cual está sustentado en evidencia empírica (Zenou, 2011).

BANCO DE GUATEMALA

Como se mencionó anteriormente, en nuestro modelo, la economía se caracteriza por la producción de dos tipos de bienes: transables y no transables. La producción de bienes transables se modela como un proceso de 2 etapas: en su producción participan firmas productoras de bienes intermedios (que proveen los insumos) y firmas productoras de bienes finales[4]. Por lo tanto, asumiremos que existe un continuo de firmas que producen los bienes transables intermedios.

El continuo de firmas productoras de bienes intermedios transables produce dos tipos de éstos bienes. El primer tipo de bien, $Y_{HF,t}$, es producido por firmas que operan en el sector formal; mientras que $Y_{HI,t}$, es un bien producido por firmas que operan en el sector informal. Estos dos tipos de bienes intermedios transables son diferentes, pero ambos son vendidos en un mercado competitivo a precios diferentes, denotamos por $P_{HF,t}$ y $P_{HI,t}$ respectivamente. Estos dos bienes son utilizados como insumo por las firmas que producen los bienes transables finales $Y_{H,t}$.Por otro lado, los bienes no transables son completamente producidos por firmas que operan en el sector informal. Este es un supuesto coherente pues comúnmente el sector informal está caracterizado por producir bienes no transables (i.e servicios tales como restaurantes de comida, por ejemplo). Asimismo, asumimos que el sector informal está caracterizado por mano de obra de baja productividad comparada con el sector formal. En la actualidad, existe evidencia emprica que confirma este supuesto, para una discusión más detallada ver

[4] La razón principal detrás de este tipo de modelamiento de la producción de bienes, y siguiendo a diversos trabajos que han introducido fricciones laborales en modelos neokeynesiano - por ejemplo, Blanchard y Gali (2010) - es separar el proceso de negociación de salarios del proceso de fijación de precios, ya que incluir ambos en una misma firma complicara la tratabilidad del modelo y dificultara el análisis de los resultados.

Loayza (1997) y Zenou (2008). Además, asumiremos que la tecnología de todos los sectores está dada por una función de producción de retornos a escala constantes. Por consiguiente, las funciones de producción de los dos tipos de productores de bienes transables intermedios están dadas por: $Y_{HF,t} = Z_{H,t}L_{F,t}$ … (33) ; $Y_{HI,t} = \omega Z_{H,t}L_{HI,t}$ … (34)

donde $\omega < 1$ captura el supuesto de que la productividad de los trabajadores del sector informal es menor que la de los trabajadores empleados en el sector formal. $L_{HI,t}$ representa la fracción de trabajadores empleados en las firmas que producen bienes transables intermedios y que operan en el sector informal. Por su parte, $Z_{H,t}$ captura la productividad en el sector de bienes transables, y su comportamiento es descrito mediante el siguiente proceso autoregresivo de primer orden:

$$\ln Z_{H,t} = \rho_H \ln Z_{H,t-1} + \varepsilon_{H,t}, 0 < \rho_H < 1 \qquad (35)$$

donde $\varepsilon_{H,t}$ es una perturbación normal gaussiana con media cero y varianza $\sigma^2_{\varepsilon H}$ .Como se mencionó anteriormente, los bienes no transables son producidos solo por el sector informal, cuya tecnología de producción está dada por: $Y_{N,t} = Z_{N,t}L_{NI,t}$ (36)

donde $L_{NI,t}$ es la fracción de trabajadores empleados en el sector informal que trabajan en las firmas productoras de bienes no transables. Asimismo, $Z_{N,t}$ representa la productividad de la firma que produce bienes no transables, y también sigue un proceso autorregresivo de orden uno: $\ln Z_{N,t} = \rho_N \ln Z_{N,t-1} + \varepsilon_{N,t}, 0 < \rho_N < 1$ (37), donde $\varepsilon_{N,t}$ es una perturbación normal gaussiana con media cero y varianza $\sigma^2_{\varepsilon N}$.

Fricciones en el Mercado Laboral: En este modelo se introducen las fricciones en el mercado laboral mediante el supuesto de que las firmas y trabajadores del sector formal enfrentan fricciones o problemas de búsqueda. Es decir, el mercado laboral del sector formal estará caracterizado por trabajadores que se encuentran buscando una vacante y por firmas que están buscando trabajadores para llenar una vacante disponible; sin embargo, el emparejamiento entre ambas partes no es perfecto o inmediato. Asimismo, esta fricción en el mercado laboral implica que las empresas incurren en costos en el proceso de contratación de trabajadores. Similarmente, los trabajadores necesitar emplear tiempo y recursos económicos para buscar y encontrar a aquellas firmas que tengan vacantes disponibles. En el modelo original de Diamond, Mortensen y Pissarides (DMP) se introducen las fricciones laborales considerando que las empresas enfrentan costos de contratación determinados por la "estrechez" del mercado laboral, definida a su vez por la razón de vacantes a desempleo. La "estrechez" en el mercado laboral es una variable importante en el modelo de DMP pues nos dice que tan fácil es encontrar empleo para un trabajador y qué tan fácil (o difcil) es llenar una vacante para una empresa. En ese sentido, el costo del proceso de búsqueda es creciente en el grado de "estrechez" para las firmas, y dicho costo es decreciente para los trabajadores en búsqueda de empleo. Cuando el grado de "estrechez" del mercado laboral es alto (i.e el número de vacantes por trabajador desempleado es alto), la probabilidad de que un trabajador desempleado encuentre un trabajo es alta; mientras que si esto ocurre, para una empresa del sector será difícil llenar una vacante. Por el contrario, si el grado de "estrechez" del mercado laboral es bajo, la probabilidad de que un trabajador encuentre empleo es baja, pues habrán muchos trabajadores desempleados detrás de pocas vacantes disponibles. En este caso, desde el punto de vista de la empresa, la probabilidad de llenar una vacante es alta. Blanchard y Gali (2010) introdujeron un índice alternativo al de DMP para denotar el grado de "estrechez" del mercado laboral. Dichos autores definieron la "estrechez" del mercado laboral como la razón de contratación (agregada) a desempleo, al cual ellos le denominan la tasa de búsqueda de trabajo. En términos de la nomenclatura de nuestro modelo, este índice estará dado por:

$$X_{F,t} = \frac{A_{F,t}}{U_t} \qquad (38)$$

donde U_t denota la tasa de desempleo al inicio del perodo. De acuerdo a Blanchard y Gali (2010), este tipo de especificación es preferible al ratio entre número de vacantes y número de desempleados, pues simplifica la relación entre costos de contratación y "estrechez" del mercado laboral. Siguiendo a Blanchard y Gali (2010), Gali (2011), y Castillo y Montoro (2012) , el costo de contratación que enfrenta una empresa del sector formal tiene la siguiente forma funcional: $G_{F,t} = \Theta Z_{H,t} X_{F,t}^{\alpha} \quad \alpha \geq 0$ (39)

donde $G_{F,t}$ es el costo de contratación que enfrenta una firma del sector formal, medido en términos del bien de consumo agregado, y el parámetro Θ es una constante positiva[5]. En términos generales, las firmas en ambos sectores - formal e informal - buscan maximizar sus beneficios esperados descontados, eligiendo óptimamente el nivel de trabajo que demandarán, dado el salario y el costo de contratación (en el caso del sector formal):

$$\max E_t \left(\sum_{j=0}^{\infty} \underbrace{\beta^j \frac{U'(C_{t+j})}{U'(C_t)}}_{=\Xi_{t,t+j}} \left[\Pi_{t+j}(i,s) \right] \right) \qquad (40)$$

donde la variable $i = \{F, I\}$ indica si la firma opera en el sector formal o en el sector informal; mientras que la variable $s = \{H, N\}$ nos indica si se trata de una firma

[5] Es necesario mencionar que este costo está dado exógenamente para una empresa en particular, ya que depende de las vacantes en el mercado laboral agregado y de la tasa de desempleo también a nivel agregado.

productora de bienes transables o de bienes no transables, respectivamente. El término $\Xi_{t,t+j}$ es el factor de descuento estocástico o deflactor de precios de estado, mientras que Π representa la función de beneficios instantánea especfica a cada tipo de firma. En particular, las funciones de beneficios a maximizar, para los 3 tipos de firmas considerados, están dadas por:

$$\Pi_t(F,H)=\overbrace{\underbrace{\frac{P_{HF,t}}{P_t}Z_{H,t}L_{F,t}}_{=Y_{HF,t}}}^{Ingresos}-\overbrace{\frac{1}{P_t}[W_{F,t}L_{F,t}+P_tG_{F,t}A_{F,t}]}^{Costos} \quad (41)$$

$$\Pi_t(I,H)=\frac{P_{HI,t}}{P_t}\underbrace{\omega Z_{H,t}L_{HI,t}}_{=Y_{HI,t}}-\frac{1}{P_t}\left[W_{I,t}L_{HI,t}\right] \quad (42)$$

$$\Pi_t(I,N)=\frac{P_{NI,t}}{P_t}\underbrace{Z_{N,t}L_{NI,t}}_{=Y_{NI,t}}-\frac{1}{P_t}\left[W_{I,t}L_{NI,t}\right] \quad (43)$$

Para las firmas productoras de bienes transables intermedios que operan en el sector formal, las condiciones de primer orden están dadas por:

$$\left\{\frac{P_{HF,t}}{P_t}Z_{H,t}-\frac{1}{P_t}\left[W_{F,t}+P_tG_{F,t}-(1-\delta)\beta E_t\left(\frac{U'(C_{t+1})}{U'(C_t)}P_{t+1}G_{F,t+1}\right)\right]\right\}=0 \quad (44)$$

Esto indica que las firmas productoras de bienes transables intermedios que operan en el sector formal contratarán mano de obra hasta el punto en el que el beneficio marginal de una unidad adicional de mano de obra se iguale con el costo marginal de contratar a ese trabajador adicional. Bajo un contexto de competencia perfecta en el mercado de trabajo, el beneficio marginal de la firma es igual al valor del producto marginal del trabajo, mientras que el costo marginal es igual al salario laboral. No obstante cuando existe algun tipo de friccion, como lo es la presencia de busqueda, habran costos y beneficios adicionales que tomar en cuenta. En un mercado con tales caractersticas, el costo de búsqueda y contratación en el que incurre una firma al decidir emplear un trabajador en el perodo t, forma parte del costo marginal de dicha firma; mientras que el ahorro futuro (descontado) proveniente de mantener el mismo trabajador (es decir, no incurrir en nuevos costos de búsqueda) forma parte de los beneficios adicionales de la firma. Por tanto, las firmas tomarán en cuenta ambas cantidades- el costo de búsqueda y el ahorro generado si deciden mantener al mismo trabajador- además del producto marginal y el salario, cuando decidan sobre el nivel de empleo que contratarán.

Las condiciones de primer orden para las firmas que producen bienes intermedios transables pero que operan en el sector informal están dadas por:

$$\frac{P_{HI,t}}{P_t}\omega Z_{H,t} - \frac{1}{P_t}W_{I,t} = 0 \tag{45}$$

Dado que no hay fricciones en el mercado laboral para las firmas y trabajadores que operan en el sector informal, el salario es igual al valor de la productividad marginal del trabajo. Las condiciones de optimalidad para las firmas productoras de bienes no transables serán las mismas.

$$\frac{P_{N,t}}{P_t} Z_{N,t} - \frac{1}{P_t}W_{I,t} = 0 \tag{46}$$

La condición de primer orden indica que las firmas maximizadoras de beneficios igualan su ingreso marginal con sus costos marginales para determinar el nivel óptimo de empleo a demandar. En consecuencia, la firma productora de bienes transables intermedios en el sector formal iguala su ingreso marginal con el costo marginal total, dado por la suma del salario y de los costos de contratación neto (es decir, quitándole el ahorro asociado a no tener que contratar en el futuro).

Determinación de los salarios

La determinación de los salarios se explica a detalle en el anexo A.

Fijación de Precios de las firmas productos de bienes no transables

Como se resaltó anteriormente, los mercados para ambos tipos de bienes transables intermedios son perfectamente competitivos. Por lo tanto, las firmas son tomadoras de precios. Por otro parte, las firmas productoras de bienes no transables operan en competencia monopolística y dado el poder de mercado que tienen, pueden fijar sus precios, en particular, siguiendo un esquema a la Calvo (1983). Estas firmas, al igual que las firmas productoras de bienes finales domésticos, fijan precios según un mecanismo de tipo Calvo (1983). Asumimos, que la fracción de firmas ε_N no podrá reajustar óptimamente sus precios, mientras que la fracción restante $1-\varepsilon_N$ sí lo podrá hacer. Asimismo, siguiendo a Gali y Gertler (1999), asumiremos que la fracción de firmas σ_N son *backward looking* y la fracción restante $(1-\sigma_N)$ es *forward-looking*, es posible obtener una expresión para la inflación de bienes no transables.Definiendo a la tasa de inflación como $\pi_t = \ln P_t - \ln P_{t-1}$, podemos obtener una expresión para la inflación delos bienes no transables, expresada por la siguiente Curva de Phillips híbrida:

$$\pi_{N,t} = \kappa_{b,N}\pi_{N,t-1} + \kappa_{F,N}E_t\pi_{N,t+1} + \lambda_N mc_{N,t} \tag{58}$$

donde: $\kappa_{b,N} = \dfrac{\zeta_N}{\varepsilon_N + \zeta_N(1-\varepsilon_N(1-\beta))}$, $\kappa_{F,N} = \dfrac{\beta\varepsilon_N}{\varepsilon_N + \zeta_N(1-\varepsilon_N(1-\beta))}$

$$\lambda_N = \frac{(1-\zeta_N)(1-\varepsilon_N)(1-\beta\varepsilon_N)}{\varepsilon_N + \zeta_N(1-\varepsilon_N(1-\beta))}$$

2.3.2 Firmas productoras de Bienes Transables Finales y exportadoras

Existe un continuo de firmas que operan en competencia monopolstica que "combinan" los dos tipos de bienes transables intermedios producidos domésticamente, con la finalidad de producir bienes transables diferenciados que son vendidos tanto al mercado doméstico como a los mercados internacionales. La función de producción usada por la i-ésima firma para producir el i-ésimo bien transable final, puede ser expresada mediante la siguiente función de producción de tipo CES:

$$Y_{H,t}^{i}=\left[(1-\gamma_3)^{\frac{1}{\theta_3}}(Y_{HF,t}^{i})^{\frac{(\theta_3-1)}{\theta_3}}+(\gamma_3)^{\frac{1}{\theta_3}}(Y_{HI,t}^{i})^{\frac{(\theta_3-1)}{\theta_3}}\right]^{\theta_3/(\theta_3-1)} \tag{59}$$

donde $Y_{H,t}^{i}$ son los bienes transables finales producidos por la firma i-ésima. Asimismo, $Y_{HF,t}^{i}$ y $Y_{HI,t}^{i}$ son respectivamente la producción de bienes intermedios transables producidos por firmas que operan en el sector formal e informal, y que son utilizados como insumos por la i-ésima firma productora de bienes finales.El parametro θ_3 mide la elasticidad de sustitución entre los dos insumos necesarios para la producción de bien final. Por último, γ_3 representa la participación de cada insumo dentro de la función de producción. La función de producción agregada de los bienes transables finales estará dada por:

$$\int_0^1 Y_{H,t}^{i}\,di=Y_{H,t}=\left[(1-\gamma_3)^{\frac{1}{\theta_3}}(Y_{HF,t})^{\frac{(\theta_3-1)}{\theta_3}}+(\gamma_3)^{\frac{1}{\theta_3}}(Y_{HI,t})^{\frac{(\theta_3-1)}{\theta_3}}\right]^{\theta_3/(\theta_3-1)}$$

La firma productora del bien transable final debe elegir óptimamente cuánto demandar de cada tipo de insumo, para ello busca minimizar sus costos sujeto a su función de producción. En consecuencia, la demanda óptima de insumos (bienes transables intermedios) está dada por:

$$Y_{HF,t}=(1-\gamma_3)\left(\frac{P_{HF,t}}{P_{H,t}}\right)^{-\theta_3}Y_{H,t} \tag{60}$$

$$Y_{HI,t}=\gamma_3\left(\frac{P_{HI,t}}{P_{H,t}}\right)^{-\theta_3}Y_{H,t} \tag{61}$$

donde $P_{HF,t}$, $P_{HI,t}$ y $P_{H,t}$ son los precios de $Y_{HF,t}$, $Y_{HI,t}$ y $Y_{H,t}$ respectivamente. Asumimos que el único costo en el que incurren las firmas que producen los bienes transables finales es el gasto en la compra de bienes trasables intermedios, los cuales son utilizados como insumos de producción. Por lo tanto, el costo marginal de las firmas productoras de bienes transables finales es: $MC_{H,t} = \left[(1-\gamma_3)(P_{HF,t})^{1-\theta_3} + \gamma_3 (P_{HI,t})^{1-\theta_3} \right]^{\frac{1}{(1-\theta_3)}}$ (62)

3.4 Firmas Importadoras: Al igual que con las firmas productoras de bienes no transables y las firmas productoras de bienes transables finales, asumimos que existe un continuode firmas que operan en competencia monopolística y que importan y distribuyen los bienes extranjeros.

Estas firmas, al igual que las firmas productoras de bienes finales domésticos, fijan precios según un mecanismo de tipo Calvo (1983). Asumimos, que la fracción de firmas ε_M no podrá reajustar óptimamente sus precios, mientras que la fracción restante $1-\varepsilon_M$ sí lo podrá hacer. Asimismo, siguiendo a Gali y Gertler (1999), asumiremos que la fracción de firmas σ_M *son backward looking* y la fracción restante es *forward-looking*, es posible obtener una expresión para la inflación de bienes importados, dada por la siguiente Curva de Phillips híbrida: $\pi_{M,t} = \kappa_{b,M}\pi_{M,t-1} + \kappa_{f,M} E_t \pi_{M,t+1} + \lambda_M \psi_t$ (63)

donde: $\kappa_{b,M} = \dfrac{\zeta_M}{\varepsilon_M + \zeta_M(1-\varepsilon_M(1-\beta))}$, $\kappa_{f,M} = \dfrac{\beta\varepsilon_N}{\varepsilon_M + \zeta_M(1-\varepsilon_M(1-\beta))}$ y $\lambda_M = \dfrac{(1-\zeta_M)(1-\varepsilon_M)(1-\beta\varepsilon_M)}{\varepsilon_M + \zeta_M(1-\varepsilon_M(1-\beta))}$.

Esto implica que la dinámica de la inflación de los bienes transables puede ser obtenida mediante el promedio ponderado de la inflación de los bienes transables producidos domésticamente y de la inflación de bienes transables importados, donde el ponderador es γ_2 que mide el grado de apertura de la economa como ya se explicó anteriormente. Log-linealizando el ndice de precios de los bienes transables (ecuación 3.10X) al rededor de su estado estacionario, podemos obtener una expresión para la inflación de bienes transables, dada por la curva de Phillips Neokeynesiana:

$$\pi_{T,t} = (1-\gamma_2)\pi_{H,t} + \gamma_2\pi_{M,t}\,;\,\pi_{T,t} = \pi_{H,t} - \gamma_2(\pi_{H,t} - \pi_{M,t}) = \pi_{H,t} - \gamma_2(v_t - v_{t-1}) \tag{64}$$

De la misma manera, la inflación total (o agregada) de la economa puede serobtenida log linealizando la ecuación (3.6) al rededor de su estado estacionario Como se ve a continuación, la inflación agregada es una suerte de promedio ponderado entre la inflación de los bienes transables y la inflación de los bienes no transables.

$$\pi_t = (1-\gamma_1)\pi_{T,t} + \gamma_1\pi_{N,t} \tag{65}$$

3.5 Regla de Política Monetaria

Para cerrar el modelo, es necesario caracterizar el comportamiento de la autoridad de política monetaria mediante una regla. El comportamiento de la autoridad monetaria es modelado mediante una regla de política monetaria a la Taylor, que determina el comportamiento que tiene la autoridad monetaria frente a los desvíos de la inflación y de la brecha del producto.

$$\frac{R_t}{R} = \left(\frac{R_{t-1}}{R}\right)^{\rho_r}\left[\left(\frac{P_t}{P_{t-1}}\right)^{\phi_\pi}\left(\frac{Y_t}{Y}\right)^{\phi_y}\right]^{(1-\rho_r)} \varepsilon_{r,t} \tag{70}$$

El parámetro $\rho_r \in (0,1)$ representa el grado de inercia de la tasa de interés de política monetaria. Asimismo, asumimos que la regla de Taylor se ve afectada por un shock de tasa de interés $\varepsilon_t^r \sim iid$, el cual se interpreta como la parte no sistemática de la política monetaria. Es importante destacar que dos parametros importantes de la regla de Taylor son ϕ_π, ϕ_y los cuales representan las preferencias del Banco de Guatemala por controlar la inflación y la brecha del producto, respectivamente. Se asume que ambos coeficientes son no negativos, y son elegidos por la autoridad monetaria, según las preferencias de esta. Dado que el objetivo principal del Banco Central es mantener la estabilidad de precios, se debe cumplir que: $\phi_\pi > \phi_y$ y además que $\phi_\pi > 1$. En la siguiente sección se explica el procedimiento de la calibración y estimación de los parámetros del modelo utiliando técnicas bayesianas

3. Metodología econométrica: Estimación Bayesiana

En el presente trabajo, empleamos técnicas Bayesianas para evaluar y estimar el modelo DSGE propuesto, dadas las ventajas que esta tiene frente a métodos tradicionales como Máxima Verosimilitud o el Método Generalizado de Momentos (GMM).

Datos usados para las variables observables

La descripción de los datos empleados así como el tratamiento de los mismos se encuentra en el anexo D, subsección "Datos". Asimismo, debemos mencionar que como el número de shocks considerados (6 en total) es mayor que el número de variables observables que usamos para la estimación, no incurrimos en el problema de singularidad estocástica.

4. Estimación del Modelo

Calibración de Parámetros del modelo

En términos generales, la calibración consiste en asignar valores- con sentido económico- a los parámetros profundos del modelo, para que este coincida con ciertas características de largo plazo de los datos. Cabe señalar que éstos valores no deben ser asignados *ad-hoc* por el investigador, sino que deben estar sustentados por evidencia microeconómica, cuentas nacionales, estadísticos de la data agregada nacional, así como otros estudios macro econométricos. En el modelo neokeynesiano formulado para la economía de Guatemala, el grupo de parámetros calibrados se detalla en la Tabla 1 del anexo D. Siguiendo a otros estudios, al factor de descuento relevante para las familias β se le asigna un valor de 0.99, lo cual implica una tasa de interés anual de equilibrio de 4%. Asimismo, siguiendo a Lubik & Schorfheide (2007), calibramos la elasticidad de sustitución entre bienes domésticos y extranjeros, η, como 1. De la misma manera, asignamos un valor igual a 1 a la elasticidad de sustitución entre bienes producidos en diferentes países del resto del mundo γ. Por otro lado, a la proporción de bienes importados en la canasta agregada de consumo, α, se le asigna un valor igual a 0,20, siguiendo el estudio realizado para Guatemala por Morán y Pérez (2013).

Elección de Priors

En esta sección se especifican las distribuciones *prior* de los parámetros a estimar.

La elección de las distribuciones *a priori* de los parámetros se hace tomando en cuenta otros estudios empíricos realizados, ya que dicho conocimiento – no incluido en los datos- forma parte de las creencias del investigador. En el caso de Guatemala, son pocos los estudios empíricos que desarrollan modelos DSGE, sin embargo, tomamos en cuenta las especificaciones de dos estudios importantes realizados recientemente, Castillo Maldonado (2012) y Morán y Pérez (2013). Asimismo, otras fuentes de consulta son Caputo, Liendo y Medina (2006), así como Castillo, Montoro y Tuesta (2006), quienes estiman por modelos DSGE para países de sur américa. Asimismo, los *prior* no incluidos en los estudios anteriores, son extraídos de estudios realizados en otros países de América Latina, y en Europa. Cabe mencionar que para aquellos *prior* de los que no se disponga de mucha información, se les asignará una desviación estándar mayor, debido a que existe mayor incertidumbre. Para el caso de los parámetros relacionados con el mercado laboral y con las fricciones asumidas, seguimos

BANCO DE GUATEMALA

el estudio de Castillo y Montoro (2012). Otra fuente de información importante es Rodríguez Espejo (2014), quien realizó una estimación bayesiana de un modelo DSGE para Guatemala, usando también una extensión del modelo de economía pequeña y abierta de Gali y Monacelli (2005).

Sabemos que parametros σ y φ, se podría tener cualquier valor positivo. Por ello en ambos casos, se utilizó como densidad a priori una distribución gamma, cuyo dominio está en el intervalo $(0,\infty)$. No obstante, la literatura sugiere que se usen priors, de tal manera que ambas elasticidades tengan sentido económico. Para los prior de los parámetros referentes al grado de rigidez de precios de la economía y el grado de indexación de estos, tomamos valores similares a los de Moran y Perez (2013). Por otro lado, para los parámetros referentes a la regla de Taylor del Banco de Guatemala, utilizamos valores similares a los usados recientemente por Castillo Maldonado (2012), Morán y Pérez (2013) y Rodríguez Espejo (2014), quienes formulan sus prior en base a estudios para la economía de Guatemala que hacen uso de diversas metodologías econométricas.

LAS ESTIMACIONES

Los parámetros estimados se muestran a continuación. Las estimación por medio del algoritmo Metropolis-Hastings se realizó mediante 200,000 simulaciones, número que de acuerdo a los diagnósticos univariados y multivariados realizados, es suficiente para garantizar la convergencia del mismo.

Algunos comentarios importantes sobre las estimaciones son los resultados obtenidos para los parámetros de la regla de política monetaria del Banco de Guatemala. En línea con las estimaciones obtenidas por Morán y Pérez (2013) y por Rodríguez Espejo (2014), encontramos que el Banco de Guatemala ha reaccionado agresivamente ante desviaciones de la inflación, y moderadamente con respecto a la brecha producto, durante el periodo de estudio, lo cual es coherente con el principio de Taylor y con lo recomendado por la literatura. Esto se demuestra dado que las estimaciones obtenidas a través de métodos bayesianos, nos proporcionan una estimación de $r_\pi = 1.68$ y $r_y = 0.44$.

Funciones de Impulso Respuesta

En esta sección se presentan los mecanismos de transmisión de los choques asumidos y como estos determinan la dinámica de las variables de todo el sistema. Los gráficos correspondientes se encuentran en el anexo D. Cabe señalar que los gráficos de impulso-respuesta de las simulaciones realizadas, utilizando como valor para los parámetros a los valores obtenidos mediante la estimación bayesiana. Estos gráficos describen la reacción de las variables del modelo antes choques exógenos.

5. Conclusiones

Como se mencionó anteriormente, para el caso de las economías desarrolladas resulta importante estudiar los flujos entre empleo y desempleo, ya que capturan la mayor parte de las fluctuaciones del mercado laboral. Sin embargo, en economías en desarrollo, como Guatemala, cuyos mercados laborales se caracterizan por tener una gran proporción de la fuerza de trabajo en el sector informal, resulta más importante analizar los flujos entre los sectores formal e informal. Además, es sabido que las economías en desarrollo se diferencian de las economías desarrolladas en algunas características importantes como la existencia de un sector informal considerable. Este tipo de características generan diferentes reacciones de los agregados macroeconómicos del país en respuesta a los mismos shocks. En tal sentido, intentar aplicar los mismos modelos elaborados para economías desarrolladas para estudiar países en desarrollo es un ejercicio sin mayor sentido y podría llevarnos a conclusiones equivocadas y recomendaciones de política contraproducentes.

Dada la importancia de la informalidad en los países en desarrollo, el diseño de la política monetaria debería prestar especial cuidado a sus efectos en el mercado laboral y en la dinámica inflacionaria. En particular, desde el punto de vista de la política monetaria, reconocemos que es importante responder las siguientes preguntas: ¿cómo incide la presencia de un sector informal en la dinámica inflacionaria y en el mecanismo de transmisión de la política monetaria? En ese sentido, el objetivo de la presente investigación fue analizar cómo afecta la presencia de un sector informal el comportamiento de las principales variables macroeconómicas en respuesta a shocks exógenos domésticos y foráneos. Para ello intentamos abordar esta pregunta modelando la coexistencia de un mercado laboral formal, caracterizado por tasas de salarios más altos y fricciones de búsqueda de empleo, y a su vez modelamos un mercado laboral informal de manera explícita. Todo ello dentro de un modelo Neo-Keynesiano, estimado por técnicas bayesianas, para una economía pequeña y abierta multisectorial, que modela explícitamente un sector transable y un sector no transable. En general, la mayoría de los impulso respuesta de las variables consideradas son consistentes con lo que predice la teoría económica y diversos trabajos empíricos.

Asimismo, encontramos que existe evidencia empírica de que la presencia de un sector laboral informal afecta la dinámica del ciclo económico. En particular, esta evidencia muestra que el sector laboral informal actúa como amortiguador del empleo formal regulado, aumentando la flexibilidad del mercado laboral y afectando los mecanismos de transmisión de choques a la economía. Este resultado es coherente con los resultados encontrados por Castillo y Montoro (2012).

Referencias Bibliográficas

1. An, S. y Schorfheide, F. (2007). Bayesian Analysis of DSGE Models. Econometric Reviews, 26(2), 113-172.
2. Baxter, M. y King, R. G. (1993), "Fiscal policy in general equilibrium", American Economic Review 83 (3), 315-34.
3. Benigno, P. and M. Woodford (2003), "Optimal Monetary and Fiscal Policy: a Linear-Quadratic Approach", mimeo.
4. Calvo, G. A. (1983). Staggered Prices in a Utility Maximizing Framework. Journal of Monetary Economics.
5. Castillo Maldonado, C (2012). Un Modelo Macroeconómico para Guatemala estimado por métodos Bayesianos. Serie de Documentos de Trabajo del Banco de Guatemala, Documento de Trabajo No. 124
6. Castillo, Paul y Montoro, C (2012)). "Monetary Policy in the presence of Informal Labour Markets," Working Papers 2010-009, Banco Central de Reserva del Perú.
7. Castillo, P. y Montoro, C. y Tuesta, V. (2006). "An Estimated Stochastic General Equilibrium Model with Partial Dollarization: A Bayesian Approach", Working Papers Central Bank of Chile 381, Central Bank of Chile.
8. Christiano y Eichenbaum, M. y Evans, C. (1994). "The effects of monetary policy shocks: evidence from the Flow of Funds", Working Paper Series, Macroeconomic Issues 94-2, Federal Reserve Bank of Chicago.
9. De Jong, Ingram, B, Whiteman, C. (2000) "A Bayesian approach to dynamic macroeconomics," Journal of Econometrics 98: 203-223.
10. Del Negro, M. y Schorfheide,F. (2005). "Monetary policy analysis with potentially misspecified models", Working Papers 06-4, Federal Reserve Bank of Philadelphia.
11. Del Negro, M. y Schorfheide, F. (2004). "A DSGE VAR for the Euro Area" Computing in Economics and Finance 2004- 79, Society for Computational Economics.

12. Del Negro, M. y Schorfheide, F. (2008). "Forming priors for DSGE models (and how it affects the assessment of nominal rigidities)", Staff Reports 320, Federal Reserve Bank of New York.

13. Dixit, A.K. and J.E. Stiglitz (1977): "Monopolistic Competition and Optimun Product Diversity," American Economic Review, 67(3).

14. Estévez, G., Sáez, F. (2011) Estimation of general equilibium model in dynamic economies using Markov Chain Monte Carlo Methods. Banco Central de Venezuela, Serie Documentos de Trabajo [No. 129]

15. Fernández-Villaverde, J.; Rubio-Ramírez, J.F. (2004) "Comparing dynamic equilibrium models to data: a Bayesian approach", Journal of Econometrics 123(1): 153-187.

16. Fernández-Villaverde, J.; Rubio-Ramírez, J. (2006) "Solving DSGE models with perturbation methods and a change of variables", Journal of Economic Dynamics and Control 30(12): 2509-2531.

17. Friedman, Milton. (1948). "A monetary and fiscal framework for economic stability", American Economic Review 38(2), 245-264.

18. Friedman, B. M., & Woodford, M. (Eds.). (2010). *Handbook of monetary economics* (Vol. 3). Elsevier.

19. Galí, J. y Gertler, M. (1999). Inflation Dynamics: A Structural Econometric Analysis. Journal of Monetary Economics, 44(2), 195-222.

20. Galí, J. y Monacelli, T. (2005). Monetary Policy and Exchange Rate Volatility in a Small Open Economy. Review of Economic Studies, 72(3), 707-734.

21. Galí, J. y Monacelli, T. (2008). "Optimal monetary and fiscal policy in a currency union". Journal of International Economics, 76, 116-132.

22. Hamilton, J. D. (1994). Time Series Analysis. Princeton University Press, Princeton, New Jersey.

23. Hastings, W. (1970) .Monte Carlo sampling methods using Markov Chains and their applications, Biometrika 57(1): 97.109.

24. Lubik, T. A. y Schorfheide, F. (2005). A Bayesian Look at New Open Economy Macroeconomics. In NBER Macroeconomics Annual 2005 (M. Gertler y K.Rogoff, Eds.). Vol. 20, MIT Press, pp.313-366.

25. Lubik, T. A. y Schorfheide, F. (2007). Do Central Banks Respond to Exchange Rate Movements? A Structural Investigation. Journal of Monetary Economics, 54(4), 1069-1087.

26. Lubik, T. A y Schorfheide, F. (2005). "A Bayesian Look at New Open Economy Macroeconomics", Economics Working Paper Archive 521, The Johns Hopkins University,Department of Economics.

27. Lucas, R. Jr, (1976). "Econometric policy evaluation: A critique", Carnegie-Rochester Conference Series on Public Policy, Elsevier, vol. 1(1), pages 19-46, January.

28. Keynes, J. (1936): Teoría general de la ocupación, el interés y el dinero; versión en español del Fondo de Cultura Económica, México, 1970.

29. Kydland, F. y Prescott, E., (1982). "Time to Build and Aggregate Fluctuations", Econometrica, Econometric Society, vol. 50(6), pages 1345-70, November.

30. Koop, G. (2003). Bayesian Econometrics. Wiley, Chichester.

31. Mancini-Grifoli, T. (2007). Dynare User Guide: An Introduction to the Solution and Estimation of DSGE Models.

32. Morán S, H, y Pérez M, F (2013). Credibilidad de un Banco Central y acceso al mercado financiero en un modelo de Equilibrio General con remesas endógenas: Una estimación bayesiana para Guatemala. Serie de Documentos de Trabajo del Banco de Guatemala, Documento de trabajo No. 129.

33. Obstfeld, Maurice and Kenneth Rogoff (1995), "Exchange Rate Dynamics Redux," Journal of Political Economy, 103, 3, 624-660.

34. Rabanal, P. y Rubio-Ramirez, J. F. (2005). Comparing New Keynesian Models of the Business Cycle: A Bayesian Approach. Journal of Monetary Economics, 52(6), 1151-1166.

35. Schorfheide, Frank (2005): "Learning and Monetary Policy Shifts," Computacional Economics, 20.

36. Schorfheide, Frank (2000):"Loss Funtion-Based Evaluation of DSGE Models," Journal of Applied Econometrics.

37. Schorfheide, F. (2011). "Estimation and Evaluation of DSGE Models: Progress and Challenges", NBER Working Papers 16781, National Bureau of Economic Research, Inc.

38. Smets, F.; Wouters, R. (2003a) Shocks and frictions in US business cycles: a Bayesian DSGE approach. Mimeo. European Central Bank, Frankfurt, 58 pages.
39. Smets, F. y Wouters, R. (2003b). "An Estimated Dynamic Stochastic General Equilibrium Model of the Euro Area". Journal of the European Economic Association, 1(5), 1123-1175.
40. Smets, F. y Wouters, R. (2007). .Shocks and Frictions in US Business Cycles: A Bayesian DSGE Approach., American Economic Review, 97(3), 586-606
41. Woodford M. (2003). "Interest and Prices: Foundations of a Theory of Monetary Policy", Princeton University Press.

Anexos

Anexo A: Otras derivaciones importantes del modelo

A.1 Tipo de Cambio Real, Términos de Intercambio y Pass-trough incompleto

El mercado doméstico de bienes importados opera en un contexto de competencia monopolstica, donde las firmas tienen cierto poder de mercado lo que les otorga la capacidad de poder fijar los precios de los bienes que importan y distribuyen. Este poder de mercado junto con el hecho que los importadores venden los bienes que importan en el mercado domestico en terminos de la moneda local, conlleva a que exista diferencia entre el precio doméstico y el precio en el exterior de los bienes importados, cuando se expresan en la misma moneda. Es decir, esto resulta en una desviación (sistemática) de la ley de un solo precio. Esta distorsión es generada por la capacidad que tienen las empresas importadoras para fijar sus precios al momento de mazimizar sus beneficios. En la literatura se le conoce a esta distorsión como la brecha o desviación de la ley de un solo precio (Monacelli 2005), y está dada por el ratio conformado por el ndice de precios extranjero (en términos de la moneda local) sobre el precio de las importaciones en términos de la moneda local.

$$\Psi_t = \frac{\varepsilon_t P_t^*}{P_{M,t}} \tag{25}$$

donde ε_t y and P_t^* representan el tipo de cambio nominal y el ndice de precios del resto del mundo, respectivamente. El tipo de cambio nominal se define como el precio en moneda nacional de una unidad de moneda extranjera. Por su parte, $P_{M,t}$ es el precio promedio de los bienes importados expresados en la moneda doméstica. Nótese que si se cumpliese la ley de un solo precio, Ψ_t debera ser igual a 1. Por otro lado, el tipo de cambio real está dado por la siguiente ecuación: $Q_t = \frac{\varepsilon_t P_t^*}{P_t}$ (26)

Otra relación importante en una economa abierta son los términos de intercambio, ya que esta variable mide la competitividad de la economa frente a sus pares extranjeros. Los términos de intercambio de la economa se definen como el precio de las exportaciones (ie. el precio de bienes transables domésticos) sobre el precio de las importaciones, expresadas en moneda doméstica.

$$V_t = \frac{P_{H,t}}{P_{M,t}} \tag{27}$$

A.2 Reparto de riesgos Internacional y la Paridad No Cubierta de Tasas de Interés

El supuesto de reparto de riesgos internacional relaciona el consumo doméstico con el nivel de consumo del resto del mundo. Esta relación entre el consumo de la economa doméstica con el consumo del resto del mundo puede ser derivada usando la ecuación de Euler de los hogares domésticos, la cual puede ser reexpresada como: $\beta E_t \frac{\lambda_{t+1}}{\lambda_t} = \frac{1}{R_t}$

lo cual implica que $\beta E_t \frac{(C_{t+1} - bC_t)^{-\sigma} P_t}{(C_t - bC_{t-1})^{-\sigma} P_{t+1}} = \frac{1}{R_t}$. Dado que los agentes en el resto del mundo tienen acceso al mismo conjunto de bonos, y bajo el supuesto de homogeneidad en las preferencias de las familias, podemos derivar la ecuación de Euler del resto del mundo:

$$\beta E_t \frac{(C^*_{t+1} - bC^*_t)_t^{-\sigma} \varepsilon_t P^*_t}{(C^*_t - bC^*_{t-1})_{t+1}^{-\sigma} \varepsilon_{t+1} P^*_{t+1}} = \frac{1}{R_t} \quad (28)$$

Igualando la ecución de Euler de los consumidores domésticos con la de los consumidores del resto del mundo obtenemos:

$$\beta E_t \frac{(C_{t+1} - bC_t)^{-\sigma} P_t}{(C_t - bC_{t-1})^{-\sigma} P_{t+1}} = \beta E_t \frac{(C^*_{t+1} - bC^*_t)^{-\sigma} \varepsilon_t P^*_t}{(C^*_t - bC^*_{t-1})^{-\sigma} \varepsilon_{t+1} P^*_{t+1}} \quad (29)$$

Simplificando términos, obtenemos: $(C_t - bC_{t-1}) = \chi Q_t^{\frac{1}{\sigma}} (C^*_t - bC^*_{t-1})$ (30)

En la expresión anterior χ es una constante que generalmente dependerá de las condiciones iniciales con respecto a la posición de activos netos iniciales de los pases. De aqu en adelante, y sin perdida de generalidad, se asume condiciones iniciales simétricas, es decir, tenencia de activos foráneos netos igual a cero.

Asimismo, el supuesto de mercados financieros completos nos permite derivar una relación entre la tasa de interés doméstica y extranjera a través de la paridad no cubierta de tasas de interés (UIP). Reescribiendo la ecuación de Euler para las familias del resto del mundo:

$$\beta E_t \frac{(C^*_{t+1} - bC^*_t)^{-\sigma} P^*_t}{(C^*_t - bC^*_{t-1})^{-\sigma} P^*_{t+1}} = \frac{1}{R^*_t} \quad (31)$$

Log linealizando al rededor del estado estacionario la ecuación de Euler de las familias domésticas y la ecuación de Euler de las familias del resto del mundo, usando la definición del tipo de cambio real, y luego de algunos cálculos sencillos podemos obtener:

$$E_t e_{t+1} = e_t + r_t - r_t^* \tag{32}$$

Despejando convenientemente la ecuación anterior, obtenemos la paridad no cubierta de tasas de interés (UIP) : $r_t = r_t^* + E_t(\Delta e_t)$. La ecuación anterior nos dice que el diferencial entre la tasa de interés doméstica y la internacional es simplemente la expectativa de devaluación.

A.3 Determinación de los Salarios

Como se explicó anteriormente, el mercado laboral del sector formal está caracterizado por fricciones asociadas a la búsqueda de empleo por parte de los trabajadores, y a la búsqueda de trabajadores para ocupar una vacante por parte de las empresas, lo cual genera costos para ambos agentes. La literatura relacionada a fricciones laborales asociados a los costos de búsqueda y emparejamiento, como por ejemplo Blanchard y Gali (2010), afirma que el emparejamiento entre la firma y un trabajador en búsqueda de empleo genera beneficios o una renta económica para ambas partes que suscriben el contrato. Esta renta económica debe ser repartida entre partes, el problema radica justamente en cómo repartir dichos beneficios. La fracción que cada una de las partes reciba de la renta económica generada va a depender del poder de negociación que tenga cada uno. Siguiendo a Blanchard y Gal (2010) y Castillo y Montoro (2012), asumiremos que la renta económica generada por el contrato de un nuevo trabajador, será repartida entre la firma y el empleado, siguiendo un esquema de negociación *à la* Nash, en donde la variable a negociar será el salario, de tal manera que se maximice el excedente o renta agregada, la cual está compuesta por el producto de elementos: el valor o renta que el trabajo le otorga a la empresa, y el valor o renta que le otorga el trabajo al trabajador. En generla, la renta del trabajo para la firma está dada por el precio del producto menos el salario pagado y los costos de contratación en los que ha incurrido la empresa; mientras que la renta neta que un trabajador recibe al ser contratado es el salario menos aquello a lo que el trabajador renuncia.

Definimos como $V_{F,t}$ a la renta para el trabajador de estar empleado (en el sector formal) y como $V_{u,t}$ a la renta de estar desempleado. Asimismo $w_{F,t}$ y $w_{I,t}$ son, respectivamente, el salario real en el sector formal e informal, respectivamente

El valor o la renta $\left(V_{F,t}\right)$ que le proporciona el trabajo a un miembro de la familia ocupado en el sector formal esta dador por:

$$V_{F,t} = \left\{ \begin{array}{l} w_{F,t} - \eta(L_t)^{\frac{\varphi+\varphi\theta_L-1}{1+\varphi\theta_L}} \left(\frac{L_{F,t}}{\tau_L}\right)^{\frac{1}{\varphi}} (C_t - bC_{t-1})^{\sigma} \\ +E_t\{\Xi_{t,t+1}[(1-\delta+\delta X_{F,t+1})V_{F,t+1} + \delta(1-X_{F,t+1})V_{u,t+1}]\} \end{array} \right\} \quad (47)$$

Esta expresión muestra que el valor o la renta del trabajo en el sector formal para la familidad es igual al salario $\left(w_{F,t}\right)$ menos la tasa marginal de sustitución entre el consumo y el trabajo más el valor presente descontado de los ingresos que se recibiran considerando los siguientes 3 escenarios posibles: mantener el trabajo, ser separado del trabajo pero reempleado en otra firma del sector formal, y ser separado del trabajo y permanecer desempleado mientras se busca otro trabajo en el sector formal.

Por otro lado, el valor o renta de un miembro del hogar que se encuentra desempleado $\left(V_{u,t}\right)$ viene dado por:

$$V_{u,t} = E_t\left\{\Xi_{t,t+1}[X_{F,t+1}V_{F,t+1} + (1-X_{F,t+1})V_{u,t+1}]\right\} \quad (48)$$

Es decir, el valor o renta de un miembro del hogar que se encuentra desempleado es igual al retorno futuro (trado a valor presente) de estar empleado en el sector formal, más el retorno real futuro de permanecer desepleado. Es decir, es una suerte de promedio ponderado de los ingresos que recibirá en los dos estados de la naturales (conseguir empleo o seguir desempleado). Asumiendo que el poder de negociación de los trabajadores en el sector formal está dado por $\xi \in 0,1]$, la participación del trabajador dentro de esta renta económica generada, debe sarisfacer la siguiente condición:

$$V_{F,t} - V_{u,t} = \xi G_{F,t} \tag{49}$$

Donde:

$$\xi G_{F,t} = \left\{ \begin{array}{l} w_{F,t} - \eta(L_t)^{\frac{\varphi+\varphi\theta_L-1}{1+\theta_L}} \left(\dfrac{L_{F,t}}{\tau_L} \right)^{\frac{1}{\theta_L}} (C_t - bC_{t-1})^{\sigma} \\ +(1-\delta)E_t\left\{ \Xi_{t,t+1} \left[\xi \left(1 - X_{F,t+1} \right) G_{F,t+1} \right] \right\} \end{array} \right\} \tag{50}$$

Sustituyendo convenientemente $G_{F,t}$ y $G_{F,t+1}$ obtenemos la siguiente ecuación de salarios para los trabajadores empleados en el sector formal:

$$w_{F,t} = \left\{ \begin{array}{l} \xi Z_{H,t}\Theta X^{\alpha}_{F,t} + \eta(L_t)^{\frac{\varphi+\varphi\theta_L-1}{1+\theta_L}} \left(\dfrac{L_{F,t}}{\tau_L} \right)^{\frac{1}{\theta_L}} (C_t - bC_{t-1})^{\sigma} \\ +(1-\delta)E_t \dfrac{(C_t - bC_{t-1})^{\sigma}}{(C_{t+1} - bC_t)^{\sigma}} \xi(1 - X_{F,t+1}) Z_{H,t+1}\Theta X^{\alpha}_{F,t+1} \end{array} \right\} \tag{51}$$

Por otro lado, como se mencionó anteriormente, el salario en el sector informal está determinado por las fuerzas del mercado, es decir, por las condiciones de limpieza de mercado, igualando la oferta a la demanda laboral en dicho sector, lo cual se traduce en que el salario real debe ser igual al producto marginal del trabajo.

A.4 El sector externo

Las economas pequeñas y abiertas son relativamente pequeñas con respecto al resto del mundo y por lo tanto no pueden afectar los precios internacionales, ni variables foráneas como inflación, ingreso, tasa de interés, etc. Por ello, la economa extranjera puede ser modelada exógenamente. En ese sentido, asumimos que las variables extranjeras: inflación, PBI, y tasa de poltica monetaria, están dadas por procesos autorregresivos de

BANCO DE GUATEMALA

orden uno. Estas ecuaciones se muestran en la subsección que contiene el sistema total log-linealizado.

Anexo B: Equilibrio

B.1 Equilibrio y condiciones de limpieza del Mercado de Bienes

La condición de limpieza de los mercados de bienes en la economa doméstica requiere que el producto doméstico sea igual a la suma del consumo doméstico (de bienes transables y no transables) más el consumo de los bienes domésticos vendidos en el resto del mundo $C_{H,t}^{*}$. Esto significa que:

$$Y_t = Y_{H,t} + Y_{N,t} = C_{H,t} + C_{H,t}^{*} + C_{N,t} \tag{66}$$

Hasta el momento sabemos que: $C_{H,t} = (1-\gamma_2)\left(\frac{P_{H,t}}{P_{T,t}}\right)^{-\theta_2} C_{T,t}$ y asimismo $C_{T,t} = (1-\gamma_1)\left(\frac{P_{T,t}}{P_t}\right)^{-\theta_1} C_t$. Po lo tanto, obtenemos que:

$$C_{H,t} = (1-\gamma_1)(1-\gamma_2)\left(\frac{P_{H,t}}{P_{T,t}}\right)^{-\theta_2}\left(\frac{P_{T,t}}{P_t}\right)^{-\theta_1} C_t \tag{67}$$

Dado que el consumo doméstico de bienes transables producidos domésticamente está dado por: $C_{H,t} = (1-\gamma_2)\left(\frac{P_{H,t}}{P_{T,t}}\right)^{-\theta_2} C_{T,t}$. Es sencillo demostrar que el consumo extranjero de los bienes transables producidos domésticamente (i.e las exportaciones) deben satisfacer: $C_{H,t}^{*} = \gamma_2\left(\frac{P_{H,t}}{\varepsilon_t P_t^{*}}\right)^{-\theta_2}$; $C_t^{*} = \gamma_2\left(\frac{P_{H,t}}{Q_t P_t}\right)^{-\theta_2} C_t^{*}$ (68)

Por otro lado, el el sector no transable la condición de limpieza de mercado está dada por la igualdad entre el producto y el consumo: $Y_{N,t} = C_{N,t}$ (69)

B.2 Condiciones de equilibrio en el Mercado Laboral

El equilibrio en el mercado laboral del sector formal requiere de la igualdad entre la demanda y la oferta de trabajo en dicho sector. La demanda de trabajo en el sector formal se deriva del problema de maximización de beneficios de las firmas productoras de bienes transables intermedios que operan en el sector formal, y está dada por:

$$w_{F,t}=\frac{P_{HF,t}}{P_t}Z_{H,t}-Z_{H,t}\Theta X_{F,t}^{\alpha}+(1-\delta)\beta E_t\frac{(C_t-bC_{t-1})^{\sigma}P_{t+1}}{(C_{t+1}-bC_t)^{\sigma}P_t}Z_{H,t+1}\Theta X_{F,t+1}^{\alpha} \quad (52)$$

$$L_{F,t}=\frac{P_{HF,t}}{P_t}Y_{HF,t}\left[\frac{1}{w_{F,t}+Z_{H,t}\Theta X_{F,t}^{\alpha}+(1-\delta)\beta E_t\frac{(C_t-bC_{t-1})^{\sigma}P_{t+1}}{(C_{t+1}-bC_t)^{\sigma}P_t}Z_{H,t+1}\Theta X_{F,t+1}^{\alpha}}\right]$$

Por otro lado, la oferta de trabajo en el sector formal está determinada por un esquema de salarios que se obtiene a partir del valor que le proporciona el empleo a un hogar, combinado con un proceso de negociación a la Nash:

$$w_{F,t}=\left\{\begin{array}{l}\xi Z_{H,t}\Theta X_{F,t}^{\alpha}+\eta(L_t)^{\frac{\omega+\omega\theta_L-1}{1+\theta_L}}\left(\frac{L_{F,t}}{\tau_L}\right)^{\frac{1}{\mu_L}}(C_t-bC_{t-1})^{\sigma}\\+(1-\delta)\beta E_t\frac{(C_t-hC_{t-1})^{\sigma}}{(C_{t+1}-hC_t)^{\sigma}}\xi(1-X_{F,t+1})Z_{H,t+1}\Theta X_{F,t+1}^{\alpha}\end{array}\right\} \quad (53)$$

Análogamente, el equilibrio en el mercado de trabajo informal está determinado por la igualdad de la demanda con la oferta de trabajo. En consecuencia, la demanda de trabajo de las firmas productoras de bienes transables intermedios y de las firmas productoas de bienes no transables son, respectivamente:

$$L_{HI,t}=\frac{P_{HI,t}}{W_{I,t}}Y_{HI,t}\ \dots (54) \qquad\qquad L_{NI,t}=\frac{P_{NI,t}}{W_{I,t}}Y_{NI,t}\ \dots (55)$$

Por lo tanto, la demanda de trabajo en el sector informal está dada por la suma de la demanda de trabajo de los dos tipos de firmas:

$$L_{I,t} = L_{HI,t} + L_{NI,t} = \frac{P_{HI,t}}{W_{I,t}} Y_{HI,t} + \frac{P_{NI,t}}{W_{I,t}} Y_{NI,t} \tag{56}$$

Por su parte, la oferta de trabajo en el sector informal se deriva de la condición de optimalidad de la maximización de utilidad intertemporal del problema de las familias (ver ecuacion 3.10?).

La condición de optimalidad indica que el hogar debe ofertar trabajo hasta el punto en el que la tasa marginal de sustitución entre el consumo y el ocio se iguale con el salario real. Tal como se discutió en la sección correspondiente al problema de optimización de las familias, la siguiente condición de optimalidad solo se cumple para el sector informal:

$$\eta\left[\tau_L^{-\frac{1}{\theta_L}}(L_{F,t})^{\frac{1+\theta_L}{\theta_L}} + (1-\tau_L)^{-\frac{1}{\theta_L}}(L_{I,t})^{\frac{1+\theta_L}{\theta_L}}\right]^{\frac{(\theta_L\varphi-1)}{(1+\theta_L)}}\left(\frac{L_{I,t}}{L_t}\right)^{\frac{1}{\theta_L}}(C_t-bC_{t-1})^{\sigma} = \frac{W_{I,t}}{P_t} \tag{57}$$

$$L_{I,t} = (1-\tau_L)\left[\frac{W_{I,t}}{P_t}\frac{1}{\eta}(L_t)^{\left(\frac{1-\varphi\theta_L}{1+\theta_L}\right)}(C_t-bC_{t-1})^{-\sigma}\right]^{\theta_I}$$

La expresión anterior muestra que el valor del producto marginal del trabajo en los dos tipos de firmas que operan en el sector informal debe igualrse, ambas, al mismo nivel de salario.

Anexo C: Ecuaciones del modelo Log-linealizadas

Log-linealizando las ecuaciones principales del modelo al rededor de su estado estacionario, obtenemos que la dinámica del modelo está caracterizada por las siguientes ecuaciones incluyendo 6 ecuaciones o leyes de moviemiento para los shocks estocásticos, dados por: $\left\{\varepsilon_{ZH}, \varepsilon_{ZN}, \varepsilon_r, \varepsilon_{r^*}, \varepsilon_{y^*}, \varepsilon_{\pi^*}\right\}$. Nótese que las variables en minúsculas denotan la log-desviación de la variable respecto de su estado estacionario, i.e $x_t \equiv \ln X_t - \ln \overline{X}$ donde $\overline{X}$ es el valor de estado estacionario de la variable X.

Consumo:

$$c_t = \frac{b}{1+b} c_{t-1} + \frac{1}{1+b} E_t[bc_t + y^*_{t+1} - by^*_t + \frac{(1-b)}{\sigma} q_{t+1}] - \frac{1-b}{\sigma(1+b)}(r_t - E_t \pi_{t+1})$$

Producción:

$$y_{HF,t} = l_{F,t} + z_{H,t} \quad \dots (71) \qquad y_{HI,t} = l_{HI,t} + z_{H,t} \quad \dots (72) \qquad y_{N,t} = l_{NI,t} + z_{N,t} \quad \dots (73)$$

$$l_t = \tau_L l_{F,t} + (1-\tau_L) l_{I,t} \tag{74}$$

Donde: $$l_{I,t} = \tau_{HI} l_{HI,t} + (1-\tau_{HI}) l_{NI,t}$$

La productividad total de factores (en ambos factores) puede ser log-linearizada de tal forma que obtenemos: $$z_{H,t} = \rho_H z_{H,t-1} + \varepsilon_{H,t} \tag{75}$$

$$z_{N,t} = \rho_N z_{N,t-1} + \varepsilon_{N,t} \tag{76}$$

La producción de bienes (finales) transables viene dada por:

$$y_{Ht} = (1-\gamma_3) y_{HF,t} + \gamma_3 y_{HI,t} \tag{77}$$

El costo marginal de los bienes (intermedios) transables producidos en el sector formal $mc_{HF,t}$ luego de ser log-linearizado se convierte en:

$$\frac{1}{\overline{MC}_{HF}} \begin{Bmatrix} \overline{w}_F \hat{w}_{F,t} + \alpha \Theta \overline{X}^{\alpha}_F x_{F,t} - \overline{w}_F z_{H,t} \\ +(1-\delta)\beta\Theta \overline{X}^{\alpha}_F (z_{H,t+1} + \frac{\sigma b}{1-b} c_{t-1} - \frac{\sigma(1+b)}{1-b} c_t + \frac{\sigma}{1-b} c_{t+1} - \pi_{t+1} - \alpha x_{F,t+1} - z_{H,t+1}) \end{Bmatrix}$$

(78)

donde $\overline{MC}_{HF} = \overline{w}_F + \Theta \overline{X}^{\alpha}_F - (1-\delta)\beta\Theta\overline{X}^{\alpha}_F$.El costo marginal de los bienes Transables producidos por las firmas que operan en el sector informal está dado por:

$$mc_{HI,t} = w_{I,t} - z_{H,t} \tag{79}$$

La versión log-linealizada del costo marginal de los bienes transables finales está dada por:

$$mc_{H,t} = (1-\gamma_3) mc_{HF,t} + \gamma_3 mc_{HI,t} \quad (80)$$

Análogamente, el costo marginal de los Bienes No Transables vienen dado por:

$$mc_{NI,t} = \hat{w}_{I,t} - z_{N,t} \quad (81)$$

La condición de limpieza de mercado en el mercado de bienes:

$$y_{H,t} = c_{H,t} + c_{H,t}$$

$$c_{H,t} = -\gamma_2(\theta_2 - \theta_1\gamma_1)v_t + \theta_1\gamma_1(p_{N,t} - p_{H,t}) + c_t$$

$$c^*_{H,t} = -\theta_2\gamma_2(1-\gamma_1)v_t + \theta_2\gamma_1(p_{N,t} - p_{H,t}) + c^*_t + \theta_2 q_t$$

$$y_{H,t} = -\gamma_2(\theta_2 - \theta_1\gamma_1)v_t + \theta_{1\gamma_1}(p_{N,t} - p_{H,t}) + c_t - \theta_2\gamma_2(1-\gamma_1)v_t + \theta_2\gamma_1(p_{N,t} - p_{H,t}) + c^*_t + \theta_2 q_t$$

(82)

Y: $$y_{N,t} = c_{N,t} = -\theta_1\gamma_2(1-\gamma_1)v_t + \theta_1(\gamma_1 - 1)(p_{N,t} - p_{H,t}) + c_t \quad (83)$$

Finalmente, $$y_t = (1-\gamma_1)y_{H,t} + \gamma_1 y_{N,t} \quad (84)$$

Mercado de Trabajo: Log-linealizando la "estrechez" del mercado laboral y el costo de contratació, obtendremos, respectivamente:

$$x_t = \frac{1}{\delta}(l_{F,t} - (1-\delta)l_{F,t-1}) - \hat{U}_t \quad (85)$$

Donde: $$\hat{U}_t = -\frac{(1-\delta)(\overline{L}_F l_{F,t-1} + \overline{L}_I l_{I,t-1})}{1-(1-\delta)(\overline{L}_F + \overline{L}_I)} \quad (86)$$

Y: $$g_{F,t} = z_{H,t} + \alpha x_t \quad (87)$$

Nótese que U_t en las ecuaciones anteriores es la tasa de desempleo (al inicio del período t). La versión log-linealizada de la tasa de desempleo al final del perodo t está dada por:

$$\hat{u}_t = -\frac{(\bar{L}_F l_{F,t} + \bar{L}_I l_{I,t})}{\bar{u}} \tag{88}$$

Log-linealizando la demanda de trabajo en el sector formal e informal, nos permite obtener las siguientes ecuaciones:

$$\hat{w}_{F,t} = \frac{1}{\bar{w}_F}\left[\begin{array}{l} \frac{1}{\bar{P}}\overline{MC}_{HF} mc_{HF,t} - \frac{\overline{MC}_{HF}}{\bar{P}} p_t - (1-\delta)\beta\Theta\bar{X}_F^{\alpha} p_t + \frac{\overline{MC}_{HF}}{\bar{P}} z_{H,t} - \Theta\bar{X}_F^{\alpha} z_{H,t} \\ +\alpha\Theta\bar{X}_F^{\alpha} x_{F,t} + (1-\delta)\beta\left(\frac{\sigma+\sigma b}{1-b}\right)\bar{X}_F^{\alpha} c_t - (1-\delta)\beta\left(\frac{\sigma b}{1-b}\right)\Theta\bar{X}_F^{\alpha} c_{t-1} \\ -(1-\delta)\beta\left(\frac{\sigma}{1-b}\right)\Theta\bar{X}_F^{\alpha} c_{t+1} + (1-\delta)\beta\Theta\bar{X}_F^{\alpha} p_{t+1} + (1-\delta)\beta\Theta\bar{X}_F^{\alpha} z_{H,t+1} \\ +\alpha(1-\delta)\beta\Theta\bar{X}_F^{\alpha} x_{F,t+1} \end{array}\right] \tag{89}$$

Y: $$l_{I,t} = \left[\frac{1}{\bar{L}_I}\frac{\bar{Y}_{HI}}{\bar{P}\bar{w}_I}\overline{MC}_{HI} mc_{HI,t} - \hat{w}_{I,t} - p_t + \frac{\bar{Y}_{HI}}{\bar{L}_I}\frac{\overline{MC}_{HI}}{\bar{P}\bar{w}_I} y_{HI,t} + \frac{1}{\bar{L}_I}\frac{\bar{Y}_N}{\bar{w}_I} p_{N,t} + \frac{1}{\bar{L}_I}\frac{\bar{Y}_N}{\bar{w}_I} p_{N,t}\right] \tag{90}$$

La versión log-linealizada de la oferta de trabajo en el sector formal:

$$\hat{w}_{I,t} = \frac{\varphi+\varphi\theta_L-1}{1+\theta_L} l_t + \frac{1}{\theta_L} l_{I,t} + \frac{\sigma}{1-b} c_t - \frac{\sigma b}{1-b} c_{t-1} \tag{91}$$

La Inflación doméstica de Bienes Transables:

$$\pi_{H,t} = \kappa_{b,H}\pi_{T,t-1} + \kappa_{F,H} E_t \pi_{H,t+1} + \lambda_H mc_{H,t} \tag{92}$$

La Inflación de Bienes No-transables:

$$\pi_{N,t} = \kappa_{b,N}\pi_{N,t-1} + \kappa_{F,N} E_t \pi_{N,t+1} + \lambda_N mc_{N,t} \tag{93}$$

La inflación importada:

$$\pi_{F,t} = \kappa_{b,F}\pi_{F,t-1} + \kappa_{f,F}E_t\pi_{F,t+1} + \lambda_F\psi_{F,t} \quad (94)$$

$$\pi_{T,t} = (1-\gamma_2)\pi_{H,t} + \gamma_2\pi_{F,t} \quad (95)$$

$$\pi_t = (1-\gamma_1)\pi_{T,t} + \gamma_1\pi_{N,t} \quad (96)$$

$$\psi_t = \psi_{t-1} + e_t - e_{t-1} + \pi_t^* - \pi_{F,t} \quad (97)$$

La evolución de los términos de intercambio:

$$v_t = v_{t-1} + \pi_{F,t} - \pi_{H,t} \quad (98)$$

La relación entre el tipo de cambio real y los términos de intercambio:

$$q_t = \psi_t - (1-\gamma_2(1-\gamma_1))v_t - \gamma_1(p_{N,t} - p_{H,t}) \quad (99)$$

La paridad descubierta de tasas de interés (UIP):

$$E_t e_{t+1} - e_t = r_t - r_t^* \quad (100)$$

$$\mu_t = p_{N,t} - p_{H,t}$$

$$\mu_t = \mu_{t-1} + \pi_{N,t} - \pi_{H,t} \quad (101)$$

La regla de Política Monetaria a la Taylor, en su versión log-linealizada:

$$r_t = \rho_r r_{t-1} + (1-\rho_r)(\phi_\pi\pi_t + \phi_y y_t + \phi_e\Delta e_t) + \varepsilon_{r,t} \quad (102)$$

Los schocks asociados al sector externo, y dados por procesos AR(1):

$$y_t^* = \rho_{y^*}y_{t-1}^* + \varepsilon_{y^*,t}, 0 < \rho_{y^*} < 1 \quad (103)$$

$$\pi_t^* = \rho_{\pi^*}\pi_{t-1}^* + \varepsilon_{\pi^*,t}, 0 < \rho_{\pi^*} < 1 \quad (104)$$

$$r_t^* = \rho_{R^*}r_{t-1}^* + \varepsilon_{r^*,t}, 0 < \rho_{r^*} < 1 \quad (105)$$

donde π_t^* y r_t^* representa las inflación y la tasa de interés extranjera, respectivamente. Además, y_t^* es el PBI extranjero log-linealizado con respecto a su estado estacionario,

BANCO DE GUATEMALA

mientras que $\varepsilon_{i,t}$ es un shock normal gaussiano con desviación estándar dada por σ_i, donde el ndice i representa a y_t^*, π_t^* y r_t^*.

ANEXO D: Solución y Estimación de un modelo DSGE

D.1 Solución de un modelo DSGE

A continuación presentamos una visión general de los principales aspectos metodológicos que involucran la solución y estimación de un modelo DSGE. Esta presentación no pretende ser detallada, pues ello escapa del objetivo del presente trabajo[6].

El modelo DSGE en forma canónica

Sin pérdida de generalidad, un modelo DSGE puede ser representado de la siguiente forma:

$$E_t\left\{f\left(y_{t+1}, y_t, y_{t-1}, e_{t+1}, e_t\right)\right\} = \mathbf{1} \qquad (1.A)$$

donde y_t es un vector de variables endógenas, **1** es un vector formado por unos, e_t es un vector de innovaciones exógenas, las cuales se asumen que son procesos ruido blanco Gaussianos, que cumplen las siguientes propiedades:

$$E(e_t) = 0; \quad E(e_t e_t') = \Sigma_e; \quad E(e_t e_s') = 0 \quad t \neq s; \quad e_t \sim N(0, \Sigma_e)$$

Para encontrar la solución del modelo, es necesario expresar las variables endógenas (para cualquier periodo dado) como una función del conjunto de información disponible. Para ello, debemos primero clasificar las variables endógenas como variables predeterminadas (variables de estado) y variables no predeterminadas (variables de control). Las variables de estado son aquellas que ya están predeterminadas en el instante t ,

Lo que buscamos es expresar las variables endógenas de tipo *forward-looking* como una función de las variables endógenas predeterminadas (estados) y las innovaciones de dicho periodo. Nos encontramos antes un problema funcional, pues lo que deseamos obtener es una función $g(\bullet)$, conocida como "Función de Política", tal que:

---

[6] Para una exposición completa y detallada de los métodos de solución y estimación de modelos DSGE ver Canova (2007), DeJong y Dave (2011), entre otros.

$$y_t = g(y_{t-1}, e_t) \qquad (2.A)$$

Utilizando la ecuación anterior, podemos reescribir la ecuación $(1.A)$ de la siguiente manera:

$$E_t\left\{ f\left(g\left(g\left(y_{t-1}, e_t \right), e_{t+1} \right), g\left(y_{t-1}, e_t \right), y_{t-1}, e_{t+1}, e_t \right) \right\} = 1 \qquad (3.A)$$

Debido a que el sistema de ecuaciones expresado en (3.A) tiene componentes no lineales, encontrar una solución exacta o analítica para nuestra función de política $g(\bullet)$ es una tarea complicada, llegando a ser, incluso, imposible en la mayoría de situaciones. En estos casos en los que no se tiene una solución cerrada, es necesario recurrir a algún método de aproximación numérico[7]. Otra alternativa posible es llevar a cabo una aproximación lineal, alrededor de un punto, de dicha función.

Cálculo del estado estacionario del modelo

Para poder llevar a cabo la aproximación lineal, es necesario que primero calculemos el estado estacionario del modelo.

Denotamos el valor de estado estacionario de y_t mediante $\overline{y}$, y empleando las ecuaciones (1.A) y (2.A), podemos representar el estado estacionario del modelo de la siguiente manera:

$$f(\overline{y}, \overline{y}, \overline{y}, 0, 0) = 1 \quad \ldots(4.A)$$

$$\overline{y} = g(\overline{y}, 0) \ldots(5.A)$$

Aproximación local: Log-linealización

[7] Podemos dividir los métodos de aproximación numéricos en dos grupos: los métodos locales y los métodos globales. Los métodos locales, como el método de perturbación por ejemplo, realizan la aproximación alrededor de un punto (típicamente dicho punto corresponde al estado estacionario). Por otro lado, los métodos de proyección son métodos globales en el sentido que nos permiten aproximarnos a la forma funcional de la solución utilizando diversos puntos ubicados en gran parte del estado-espacio, y luego de evaluar la función en dichos puntos (nodos), podemos aproximarnos a la solución utilizando polinomios o splines. Una familia de polinomios bastante usada en estos casos son los Polinomios de Chebyschev, los cuales se caracterizan por tener bases ortogonales. Para una comparación de estos métodos, sus ventajas y limitaciones ver Taylor y Uhlig (1990).

Luego de haber calculado el estado estacionario, aproximamos cada ecuación del sistema representado en (1.A) utilizando una expansión de Taylor de primer orden alrededor de su estado estacionario. Luego de realizar este procedimiento, obtenemos un nuevo grupo de ecuaciones que definen la aproximación lineal realizada. Las variables endógenas de este nuevo grupo de ecuaciones pueden ser interpretadas como las desviaciones porcentuales respecto del nivel de estado estacionario de las variables. Luego de haber realizado la log-linealización, las ecuaciones (1.A) y (2.A) pueden expresarme como:

$$E_t\left\{f_{y+1}\hat{y}_{t+1} + f_y\hat{y}_t + f_{y-1}\hat{y}_{t-1} + f_{e+1}e_{t+1} + f_e e_t\right\} = 0 \quad \ldots(6.A)$$

$$\hat{y}_t = g_{y-1}\hat{y}_{t-1} + g_e e_t \quad \ldots(7.A)$$

donde f_{y+1}, f_y y f_{y-1} son matrices cuyos elementos vienen dados por las derivadas de $f(\bullet)$ con respecto a y_{t+1}, y_t y y_{t-1}, respectivamente, evaluadas en su estado estacionario. Asimismo, f_{e+1} y f_e son matrices cuyos elementos corresponden a las derivadas de $f(\bullet)$ con respecto a e_{t+1} y e_t, respectivamente, evaluadas de igual manera, en su estado estacionario. Análogamente, g_{y-1} y g_e

son matrices cuyos elementos vienen dados por las derivadas de $g(\bullet)$ con respecto a y_{t-1} y e_t , evaluados en su estado estacionario. Por último, los vectores $\hat{y}_{t+1}$, $\hat{y}_t$ y $\hat{y}_{t-1}$ contienen a las desviaciones porcentuales de las variables endógenas originales, respecto de su estado estacionario, en el período t+1, t y t-1 respectivamente.

Solución del sistema linealizado

Para encontrar g_{y-1} y g_e debemos emplear algún método que nos permita resolver un sistema de ecuaciones en diferencia con expectativas racionales. Utilizando la ecuación (A.7), es posible reescribir (A.6) de la siguiente manera:

$$E_t\left\{f_{y+1}\left(g_{y-1}g_{y-1}\hat{y}_{t-1}+g_{y-1}g_e e_t+g_e e_{t+1}\right)+f_y(g_{y-1}\hat{y}_{t-1}+g_e e_t)+f_{y-1}\hat{y}_{t-1}+f_{e+1}e_{t+1}+f_e e_t\right\}=0\Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow\left(f_{y+1}g_{y-1}g_{y-1}+f_y g_{y-1}+f_{y-1}\right)\hat{y}_{t-1}+\left(f_{y+1}g_{y-1}g_e+f_y g_e+f_e\right)e_t=0$$
...(A.8)

La ecuación anterior debe cumplirse para cualquier $\hat{y}_{t-1}$ y para cualquier e_t ; por lo tanto, las expresiones que están dentro de los paréntesis deben ser iguales a cero. Luego, las matrices g_{y-1} y g_e deben cumplir que:

$$f_{y+1}g_{y-1}g_{y-1}+f_y g_{y-1}+f_{y-1}=0 \qquad \text{(A.9)}$$

$$f_{y+1}g_{y-1}g_e+f_y g_e+f_e=0 \qquad \text{(A.10)}$$

Debemos observar que la ecuación (8) puede ser reescrita de la siguiente forma:

$$\begin{aligned}&f_{y+1}+g_{y-1}(g_{y-1}\hat{y}_{t-1}+g_e e_t)+(f_y g_{y-1}+f_{y-1})\hat{y}_{t-1}+(f_y g_e+f_e)e_t=0\Leftrightarrow\\&\Leftrightarrow f_{y+1}g_{y-1}\hat{y}_t+(f_y g_{y-1}+f_{y-1})\hat{y}_{t-1}+(f_y g_e+f_e)e_t=0\end{aligned} \qquad \text{(A.11)}$$

Luego, es posible expresar la versión lineal del modelo, caracterizado por las ecuaciones (A.7) y (A.11), utilizando la siguiente representación matricial:

$$Ax_{t+1}=Bx_t+Ce_t \quad \text{...(A.12)}$$

Donde:

$$A=\begin{pmatrix}0 & f_{y+1}\\ I & 0\end{pmatrix}\quad B=\begin{pmatrix}-f_{y-1} & -f_y\\ 0 & I\end{pmatrix}\quad x_t=\begin{bmatrix}I\\ g_{y-1}\end{bmatrix}\quad C=\begin{bmatrix}-(f_y g_e+f_e)\\ g_e\end{bmatrix}$$

Por Blanchard y Kahn (1980), tenemos que el sistema anterior posee autovalores mayores a la unidad, es decir es un sistema explosivo. Una estrategia para poder encontrar dichos autovalores es usar la descomposición generalizada de Schur sobre las matrices A y B, pues dada la forma que tienen dichas matrices es fácil obtener los siguientes resultados (bajo el criterio de diagonalización de matrices):

$$A = QTZ$$
$$B = QSZ$$

Donde T y S son matrices triangular superior, Q y Z matrices unitarias. De la descomposición generalizada de Schur calculamos los autovalores generalizados de (A, B) los cuales solucionan el problema $\lambda Ax = Bx$, donde cada autovalor λ_i es igual a S_{ii} / T_{ii}. Este resultado satisface la condición de Blanchard y Kahn. Entonces, podemos encontrar la solución del sistema matricial anterior, reemplazando A y B por sus nuevas expresiones y multiplicando a dicho sistema Q^{-1} por izquierda tenemos que:

$$TZX_{t+1} = SZX_t + Q^{-1}Ce_t$$

Denotando $Q^{-1}Ce^{\prime}_t$ como el vector columna w_t. Así, podemos expresar esta última ecuación de la siguiente forma:

$$\begin{pmatrix} T_{11} & T_{12} \\ T_{21} & T_{22} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{21} & Z_{22} \end{pmatrix} X_{t+1} = \begin{pmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{21} & Z_{22} \end{pmatrix} X_t + \begin{pmatrix} w_{1,t} \\ w_{2,t} \end{pmatrix}$$

Donde los autovalores de las matrices S y T son mayores a la unidad, y denotando $[Z_{21}Z_{21}]X_t$ como z_2, tenemos que:

$$\begin{pmatrix} T_{11} & T_{12} \\ T_{21} & T_{22} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} z_{1,t+1} \\ z_{2,t+1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} z_{1,t} \\ z_{2,t} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} w_{1,t} \\ w_{2,t} \end{pmatrix}$$

Sobre la igualdad de la segunda fila se tiene que S_{22} es inversible pues los autovalores de S son explosivos, en consecuencia los autovalores de P son positivos:

$$T_{22}z_{2,t+1} = S_{22}z_{2,t} + w_{2,t} \Rightarrow z_{2,t} = \underbrace{S_{22}^{-1}T_{22}}_{P} z_{2,t+1} + S_{22}^{-1}w_{2,t}$$

Reemplazando los valores de $z_{2,t+i}$ para todo i en los naturales, tenemos que

$$z_{2,t} = P^i z_{2,t+i} - \sum_{i=0}^{\infty} P^i S_{22}^{-1} w_{2,t+i}$$

BANCO DE GUATEMALA

Es fácil comprobar que los autovalores de P^i son positivos y menores a la unidad para todo i, por lo tanto, haciendo tender i al infinito tenemos que P^i converge a la matriz nula. En consecuencia, tenemos que:

$$z_{2,t} \equiv 0 \Leftrightarrow \begin{pmatrix} Z_{21} & Z_{22} \end{pmatrix} X_t = 0 \equiv \begin{pmatrix} Z_{21} & Z_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \hat{y}_t \\ g_{y-1}\hat{y}_t \end{pmatrix} = 0 \equiv (Z_{21} + Z_{22}g_{y-1})\hat{y}_t = 0$$

Así, de la igualdad del lado derecho tenemos que para cualquier $\hat{y}_t$ dicha igualdad siempre es válida y como Z es unitaria entonces Z_{22} es invertible (Z_{22} es de rango completo). Por lo tanto, tenemos que: $g_{y-1} = -Z_{22}^{-1}Z_{21}$. Por lo tanto, si se cumple la condición de Blanchard y Kahn y se satisface la condición de rango para Z_{22}, es posible encontrar una matriz g_{y-1} (dada por la ecuación anterior), que proporciona una solución única y estable para nuestro modelo de ecuaciones en diferencias estocásticas.

Una vez hallado g_{y-1}, el paso para hallar g_e es directo de la ecuación (A.10):

$$g_e = -(f_{y+1}g_{y-1} + f_y)^{-1}f_e$$

Finalmente, la solución del modelo estará dada por: $\Rightarrow \hat{y}_t = g_{y-1}\hat{y}_{t-1} + g_e e_t$

La ecuación anterior es la forma reducida del modelo DSGE, la cual tiene la misma representación que un modelo de Vectores Autorregresivos. La diferencia radica en que mientras un modelo de tipo DSGE impone restricciones a los coeficientes de las matrices g_e y g_y que se relaciona con la estructura del modelo teórico, los modelos VAR imponen restricciones que no provienen de la estructura de algún modelo explícito.

D.2 Estimación Bayesiana de un Modelo DSGE

D.2.1 Función de Verosimilitud

Para llevar a cabo la estimación de los parámetros del modelo, utilizando técnicas Bayesianas, debemos empezar por obtener la función de verosimilitud. La verosimilitud puede definirse como la función de densidad conjunta de todas las variables de la muestra, pero condicionada a la estructura del modelo y como función de los parámetros.

Para poder calcularla, primero debemos establecer una relación entre los datos observados y las variables del modelo. Típicamente podemos considerar que las variables observadas pueden ser explicadas en parte por las variables del modelo y en parte por otros factores que el modelo no es capaz de medir. En términos matemáticos, lo anterior se traduce en:

$$y_t^* = F\hat{y}_t + Gu_t \quad \ldots\text{(A.13)}$$

donde y_t^* viene a representar el vector de variables observables, F es una matriz que relaciona los datos con las variables endógenas del modelo, u_t representa el vector de errores de medida, y la matriz G establece una relación entre los errores de medida con cada variable observable del modelo. Por simplicidad, se asume que los errores de medida siguen un proceso ruido blanco Gaussiano, tal que se cumple que:

$$E(u_t) = 0; \quad E(u_t u_t') = \Sigma_u; \quad E(u_t u_s') = 0 \quad t \neq s; \quad u_t \sim N(0, \Sigma_u)$$

Si sustituimos g_{y-1} y g_e de la ecuación (A.7) por las matrices D y E, respectivamente, y combinando con la ecuación (13), podemos obtener la representación estado-espacio del modelo: $\hat{y}_t = D\hat{y}_{t-1} + Ee_t$ ...(A.14) $y_t^* = F\hat{y}_t + Gu_t$ ...(A.15)

Dado que e_t, $\hat{y}_0$, y u_t se distribuyen como una normal, se cumple que $\hat{y}_t$ y y_t^* también tienen una distribución normal, pues son una combinación lineal de dichas variables. Si denotamos la muestra total de datos mediante y^*, y utilizando una descomposición del error de predicción, podemos expresar la función de log-verosimilitud como:

$$\mathcal{L}\left(y^*|\theta\right)=-\frac{Tn}{2}\log 2\pi-\frac{1}{2}\sum_{t=1}^{T}\log|\Sigma_{y^*t|t-1}|-\frac{1}{2}\sum_{t=1}^{T}(y_t^*-y_{t|t-1}^*)'\,\Sigma_{y^*t|t-1}{}^{-1}\left(y_t^*-y_{t|t-1}^*\right) \quad \text{...(A.16)}$$

donde $y_{t|t-1}^*$ es el predictor de y_t^* utilizando información hasta el período t-1. De igual manera, $\Sigma_{y^*t|t-1}$ es el predictor de la matriz de varianzas y covarianzas de y_t^* utilizando información hasta el período t-1. Por último, θ es un vector de parámetros del que dependen y_t^* y $\Sigma_{y_t^*}$. La expresión (A.16) puede ser calculada recursivamente, utilizando el Filtro de Kalman.

D.2.2 Inferencia Bayesiana y Filtro de Kalman

La principal diferencia entre la estadística clásica y la estadística bayesiana se encuentra en la forma de tratar los parámetros desconocidos que se quieren estimar. Mientras la estadística clásica considera a los parámetros como fijos y desconocidos, la estadística bayesiana interpreta los parámetros como variables aleatorias cuya función de distribución es analizada utilizando el Teorema de Bayes (Koop, 2003).

Otra característica de la inferencia Bayesiana es que nos permite usar una distribución *a priori*. Cabe señalar que, la ventaja de utilizar una distribución *prior* es que ésta contiene información de los parámetros fuera de la data; es decir, se formula sin necesidad de recurrir a la observación de los datos o a sus estadísticos, sino que se plantea en base a la información previa que el investigador tiene acerca de los parámetros.

Utilizando el Teorema de Bayes, podemos construir la densidad a posteriori de la siguiente manera:

$$p(\theta|y^*)=\frac{p(\theta,y^*)}{p(y^*)}=\frac{p(y^*|\theta)p(\theta)}{p(y^*)} \qquad (17)$$

O también:

$$p(\theta|y^*) \propto p(y^*|\theta)p(\theta) = \mathcal{K}(\theta|y^*) \qquad (18)$$

Donde $p(\theta|y^*)$ es la densidad *a posteriori* de θ dado el vector de datos y^*. De acuerdo a la regla de Bayes, la distribución posterior de los parámetros es proporcional al producto de la distribución *prior* (de los parámetros), es decir $p(\theta)$, con la función de verosimilitud de los datos $p(y^*|\theta)$.

Asimismo, $\kappa(\theta|y^*)$ es el *posterior Kernel*, el cual es proporcional al posterior multiplicado por $p(y^*)$. Tomando logaritmos a la ecuación (18), tenemos que:

$$\ln \kappa(\theta|y^*) = \ln p(y^*|\theta) + \ln p(\theta) = \mathcal{L}(y^*|\theta) + \ln p(\theta) = \mathcal{L}(y^*|\theta) + \sum_{x=1}^{\Im} \ln p(\theta_x) \qquad (19)$$

Donde $\Im$ es el número de parámetro que deseamos estimar. La expresión (19) no puede ser solucionada de manera analítica, por lo cual necesitaremos recurrir a algún tipo de método numérico. Un método particularmente utilizado es la rutina de optimización de Christopher Sims[8], con la finalidad de maximizar la expresión (19) con respecto al vector de parámetros θ, a fin de obtener la moda de la distribución posterior, denotada por θ^m y la matriz Hessiana, evaluada en la moda $H(\theta^m)$.

El siguiente paso consiste en utilizar un método de muestreo conocido como MCMC (Cadena de Markov Monte Carlo), en particular haremos uso del algoritmo Metrópolis-Hastings para simular la distribución posterior.

D.2.3 Algoritmo Metropolis-Hastings

Este algoritmo se basa en los métodos *Markov-Chain Monte Carlo* (MCMC), mediante el cual se puede estimar los parámetro del modelo a partir de la generación de muestras aleatorias y aproximándonos a las distribuciones a posteriori.

[8] Rutina csminwell de Matlab.

En particular, el procedimiento para calcular la distribución posterior consta de dos etapas. En la primera etapa se encuentra la moda de la distribución, y la matriz hesiana evaluada en la moda mediante un procedimiento de maximización estándar. En la segunda etapa se generan valores aleatorios de la posterior utilizando el algoritmo de Metropolis-Hastings. El procedimiento de este algoritmo es el de generar, apoyado en valores pasados, una secuencia de valores aleatorios[9]. Siguiendo a Caputo, Liendo y Medina (2006) y Rodríguez Espejo (2014), la secuencia de pasos viene dada por:

Paso1. Se inicia el proceso con un valor inicial para los parámetros θ^0 y se obtiene el producto de la función de verosimilitud con el valor inicial: $L(\theta^0|Y^T)\,p(\theta^0)$

Paso2. Entonces se genera un valor aleatorio θ^1, de la forma $\theta^1 = \theta^0 + v^1$, donde v^1 tiene distribución multivariada normal. Seguidamente para θ_1 se debe calcular el producto de la Función de Verosimilitud con la prior de esta.

En este paso encontramos un nuevo valor aleatorio que puede ser aceptado o rechazado con una probabilidad de R y (1-R) respectivamente.

$$R = \min\left\{1, \frac{L(\theta^1|Y^T)\,p(\theta^1)}{L(\theta^0|Y^T)\,p(\theta^0)}\right\}$$

Si el valor es aceptado generaremos otro valor para luego evaluarlo, sino fuera aceptado descartamos este y volvemos a generar uno nuevo a partir del valor inicial, para luego evaluarlo.

[9] Es por ello que se está dentro de la familia de los modelos de Cadenas de Markov MonteCarlo.

D.2.4 Datos utilizados en la estimación Bayesiana

Estimamos el modelo DSGE utilizando datos trimestrales de la economía guatemalteca para el periodo 2005:1-2013:4[10]. La fuente principal de información para las series del PBI transable, PBI no transable, la tasa de interés nominal de corto plazo, la inflación agrega de la economía, y el tipo de cambio nominal, son las estadísticas del Banco de Guatemala, estadísticas del FMI y del Banco Mundial.

A la serie del PBI real debe le aplicamos logaritmos, le extraemos el componente estacional usando el método Census X12, y le quitamos la tendencia. A las otras variables se les debe hacer un *demeaning* y se les debe quitar el componente estacional, según corresponda.

ANEXO E: Resultados de las Estimaciones

E.1 Parámetros Calibrados

Tabla 1 Parámetros Calibrados y estimados

Los parámetros fueron calibrados utilizando

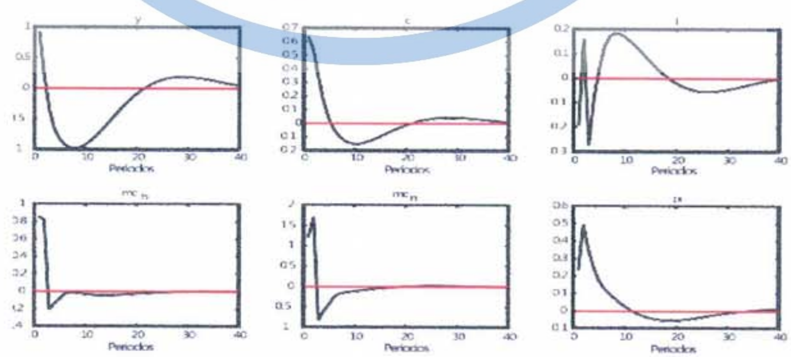
Símbolo	Valor
α	1.5
β	0.99
Θ	2.5
σ	2.61
φ	3
η	0.24
δ	0.2
θ_1	1.2
θ_2	1.2
θ_2	1.2
b	025
	0.731
γ_1	0.3
γ_2	0.5
γ_3	0.20

[10] La muestra comienza en el 2005 pues para ese año el Banco de Guatemala ya había completado su transición hacia un esquema de metas explícitas de inflación.

ζ_F	0.75
ζ_H	0.80
ζ_N	0.40
	0.45
ξ	0.10
ρ_i	0.50
ϕ_y	0.82
	0.30
ϕ_π	1.50
ρ_{ZH}	0.80
ρ_{ZN}	0.80
ρ_{y*}	0.75
$\rho_{\pi*}$	0.60
ρ_{*}	0.66
W	0.95
τ_L	0.10
τ_{HI}	0.70
θ_L	0.75

E.3 Funciones de Impulso Respuesta

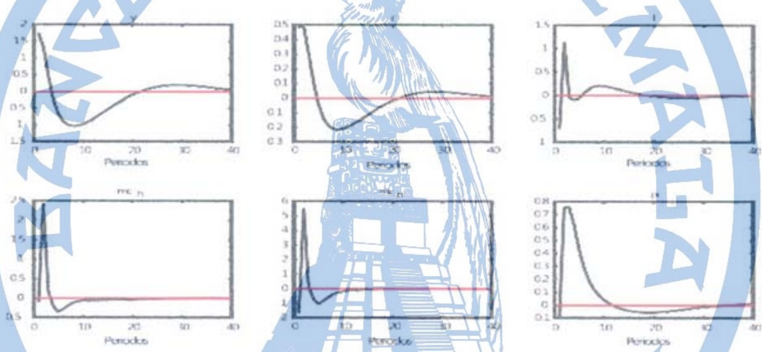
a. Shock Positivo del Ingreso Mundial:



La figura 1 muestra los impulsos respuestas ante shocks positivos en el nivel de ingresos extranjeros (i.e Aumento del PBI mundial). La teoría económica predice que un aumento en los ingresos del resto del mundo conduce a un incremento de los ingresos, del consumo y del empleo en una economía pequeña y abierta debido a varias razones. Por ejemplo, el ingreso del país doméstico aumenta ya que el aumento de ingresos del resto del mundo significa el incremento de la demanda de las exportaciones de la economía nacional. Este incremento de la demanda también dará lugar a la creación de empleo. El consumo aumenta a través de la distribución de riesgo internacional, introducida en el modelo gracias al supuesto de mercados financieros completos. Sin embargo, eventualmente tanto el consumo como los ingresos caen y la respuesta cambia y pasa a ser negativa (los ingresos después de 3 trimestres y el consumo después de 6 trimestres). La explicación de este proceso sigue a continuación. El incremento de los ingresos extranjeros conduce a una creciente demanda de las exportaciones del país doméstico. Esto, a su vez, conduce a un incremento de la demanda de mano de obra por empresas que producen bienes transables y, por tanto, ejerce una presión al alza sobre el costo marginal de los bienes transables. Al mismo tiempo, cuando la demanda de bienes transables producidos en el país (exportaciones) aumenta, los hogares sustituyen parte de su consumo de estos bienes por bienes no transables ya que los consumidores domésticos consumen tanto bienes transables y no transables y sustituyen uno por otro dependiendo de sus precios relativos. Algo muy similar ocurre con los bienes no transables: la creciente demanda de mano de obra por empresas que producen bienes no transables, conduce, al aumento del costo marginal. El incremento de costes marginales obliga a las empresas a reducir su producción ya que no pueden ajustar sus precios de forma automática. La mejora de ambos sectores en respuesta a un shock de ingresos extranjeros ejerce presión al alza sobre la tasa de inflación agregada en relación a su valor de estado estacionario. Esto lleva autoridad monetaria para responder al aumentar la tasa de interés de política que ayuda a la economía ajustarse de nuevo al estado estacionario.

b. Shock positivo en la inflación foránea:

Gráfico 2. Un choque positivo en el PBI del resto del mundo



Como puede observarse en la Figura 2, el efecto inicial de un choque de inflación externa es que la producción y el consumo responden positivamente mientras que el empleo, los costos marginales y la inflación responden negativamente. El aumento de la inflación en el resto del mundo se espera que tenga dos efectos sobre la economía nacional. En primer lugar, la presión inflacionaria en el resto del mundo conduce a la mejora de la competitividad de la economía nacional ya que el impacto inicial de este evento es una depreciación del tipo de cambio real de la economía nacional.

Esto conduce a una creciente demanda de bienes transables de la economía nacional por los extranjeros, que a su vez conduce a una creciente demanda de mano de obra y, por lo

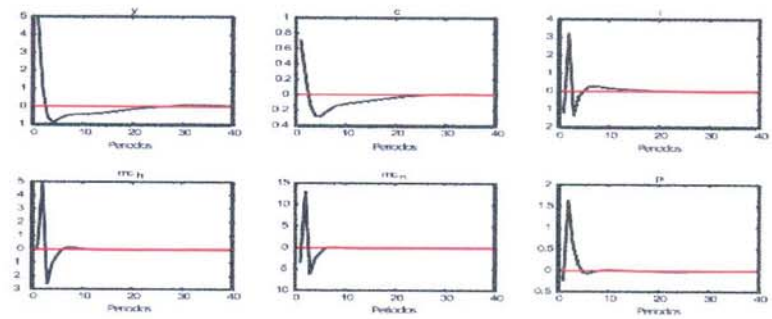
BANCO DE GUATEMALA

tanto, el aumento del costo marginal. En segundo lugar, el mismo evento genera que los bienes de consumo importados sean más caros para los consumidores domésticos. Como se resaltó anteriormente, las familias tratan de sustituir algunos productos por otros dependiendo de sus precios relativos. En consecuencia, cuando el tipo de cambio se deprecia y la demanda de los consumidores extranjeros de bienes transables nacionales (exportaciones) aumenta y las importaciones se encarecen en moneda nacional, los hogares domésticos sustituyen parte de su consumo de bienes transables por bienes no transables. Esto lleva a aumentar la demanda de bienes no transables. Ambos efectos se refuerzan entre sí y conducen la producción de la economía nacional y, en cierta medida al consumo, a aumentar.

El efecto general del evento en los costos marginales y la inflación parece ser mayor en nuestro modelo en comparación con el efecto del mismo evento en un modelo neokeynesiano estándar para una economía pequeña y abierta. Esto se debe en parte a la dualidad del mercado de trabajo introducido en nuestro modelo. En el modelo estándar, el mercado de trabajo es único y homogéneo lo cual implica que haya una perfecta movilidad de mano de obra entre los sectores y, por lo tanto, la igualación de los salarios. Por lo tanto, cuando hay una creciente demanda de mano de obra en un sector, el salario (y, por lo tanto, el costo marginal) aumenta en ambos sectores, pero el ajuste es rápido.

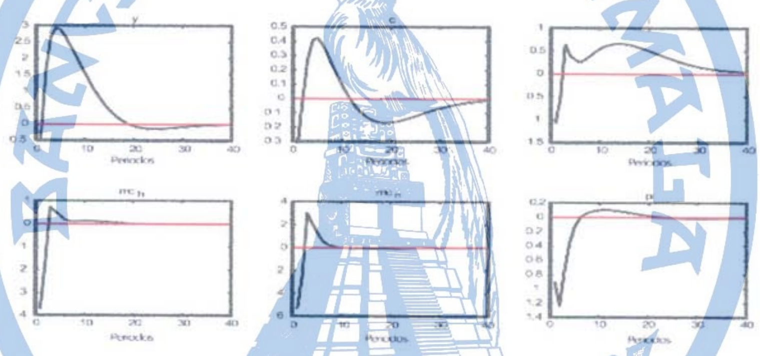
c. Shock positivo en la tasa de interés de política monetaria externa

Gráfico 3. Un choque positivo en la recaudación tributaria



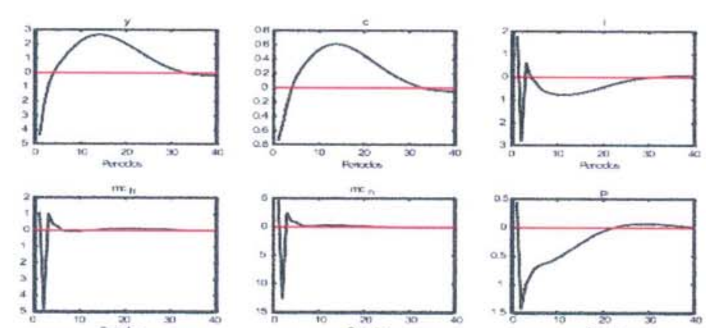
d. Shock de Productividad (sector transable)

Gráfico 4. Shock de Productividad (sector transable)



e. Shock de Productividad (sector no transable)

Gráfico 5. Shock de Productividad (sector no transable)



f. Shock positivO de política monetaria (doméstica)

El modelo proporciona resultados cualitativamente consistentes con lo que la teoría predeciría ante un shock positivo en la tasa de política monetaria del Banco Central. Como se puede ver en el gráfico correspondiente, en el anexo D, podemos afirmar que las fricciones en el mercado laboral incorporadas en el modelo juegan un rol importante dentro de la dinámica del sistema, ya que es apreciable que las variaciones observadas tienen persistencia.

Gráfico 6. Shock positive de política monetaria (doméstica)